

香港物理奧林匹克委員會主辦 香港科技大學高等研究院贊助
第 13 屆泛珠三角物理奧林匹克暨中華名校邀請賽力學基礎試賽題
 (2017 年 2 月 3 日 9:00-12:00)

選擇題 1 至 16(共 32 分,答案唯一)和填空题/简答题 17 至 21(共 68 分) 做在答题紙上

1. 在重量 $W=1,920\text{N}$ 及半徑 $AO=OB=4\text{m}$ 的均勻等厚度圓板內,挖去一個直徑為 2m 的圓洞 AD 。設 C 為帶洞圓板的重心,則 $OC=$

- A. 0.1m B. 0.2m C. 0.3m D. 0.4m E. 0.5m F. 0.6m

2. (續上題)若帶洞圓板在傾角為 θ ($\sin\theta=0.8$, $\cos\theta=0.6$) 的傾斜力 F 作用下處於圖標平衡位置,則 $F=$

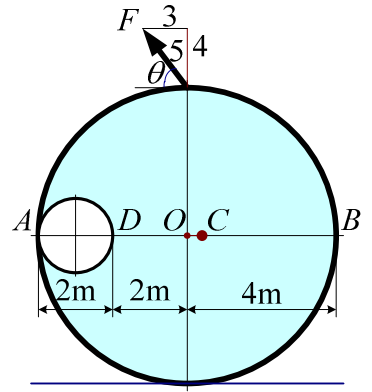
- A. 75N B. 80N C. 85N D. 90N E. 95N F. 100N

3. (續上題)地面作用於帶洞圓板摩擦力 f 的大小和方向為

- A. 45N 向左 B. 45N 向右 C. 48N 向左 D. 48N 向右 E. 60N 向左 F. 60N 向右

4. (續上題)若帶洞圓板不會沿地面滑動,則它與地面之間靜摩擦系數的最小值 $\mu_{\min}\approx$

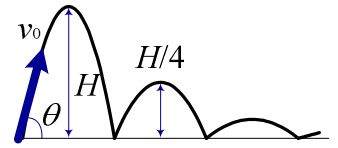
- A. 0.022 B. 0.023 C. 0.024 D. 0.025 E. 0.026 F. 0.027



5. 將一個小球從水平地面上一點以傾角 θ 和初速度 v_0 拋出。

小球到達最高點時離地面的距離為 H 。小球和地面發生第一次碰撞後,反彈至離地面 $H/4$ 的高度。以後每一次碰撞後反彈的高度都是前一次高度的 $1/4$ 。小球在停止彈跳時 總的飛行時間是

- A. $4v_0\sin\theta/g$ B. $4v_0\cos\theta/g$ C. $2v_0\sin 2\theta/g$ D. $2v_0\cos 2\theta/g$ E. $v_0\sin 2\theta/g$ F. $v_0\cos\theta/g$



6. (續上題)小球在停止彈跳時 所移動的總水平距離是

- A. $v_0^2\sin\theta/g$ B. $v_0^2\cos\theta/g$ C. $v_0^2\sin 2\theta/g$ D. $v_0^2\cos 2\theta/g$ E. $2v_0^2\sin 2\theta/g$ F. $2v_0^2\cos 2\theta/g$

7. 把一個質量為 M 和半徑為 R 的星體完全打散,把它的质量送至無窮遠處,所需的能量 $E=$

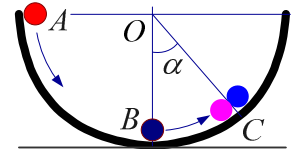
- A. $3GM^2/5R$ B. $6GM^2/5R$ C. $9GM^2/5R$ D. $3GM/7R$ E. $6GM/7R$ F. $9GM/7R$

8. 太陽系外行星於上一世紀末被發現。其中一顆行星環繞 2.5 太陽質量的脈衝星作圓形軌跡運動,週期為 100 日。以天文單位(AU)來表達的脈衝星與該行星距離為

- A. 0.11 B. 0.17 C. 0.36 D. 0.40 E. 0.48 F. 0.57

9. 光滑圓形軌道固定在豎直面內,小球 A 和 B 的質量相同。 A 球從左邊與圓心 O 等高处由靜止開始沿軌道下滑,與靜止於軌道最低點的 B 球相撞,碰撞後連在一起繼續滑行上升,達到的最高點為 C 。則圓弧 BC 所對的圓心角 $\alpha\approx$

- A. 30° B. 39° C. 41° D. 48° E. 60° F. 71°



10. 在離桌面高 5m 處手持一上一下很接近的兩個小球,下球的质量是上球的质量 3 倍。現將兩球同時釋放,設此後發生的下球與桌面的碰撞以及兩小球之間的碰撞都是完全彈性碰撞,而且碰撞時間極短。兩小球碰撞後,上球和下球能升到離桌面的高度是

- A. 10m 和 0 B. 10m 和 5m C. 20m 和 0 D. 20m 和 10m E. 30m 和 10m F. 30m 和 15m

11. 一個質量為 M 、對角線 POQ 長度為 $2L$ 的均勻正方形薄板,關於板中心 O 的轉動慣量為 $ML^2/3$ 。

在 OQ 的中點 S 貼有一個質量為 $M/3$ 的質點。設 C 為系統的质量中心,則 $d_{PC}=kL$, 其中 $k=$

- A. $13/12$ B. $11/10$ C. $9/8$ D. $7/6$ E. $5/4$ F. $3/2$

12. (續上題)系統關於 P 點的轉動慣量 $I_P=k_P ML^2$, 其中 $k_P=$

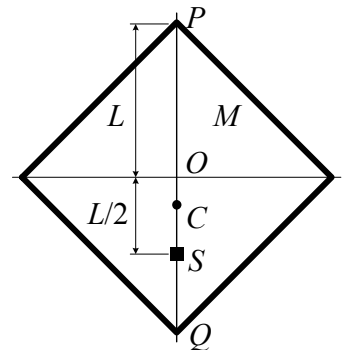
- A. $19/12$ B. $19/24$ C. $25/36$ D. $25/24$ E. $25/12$ F. $19/48$

13. (續上題)系統關於質量中心 C 的轉動慣量 $I_C=k_C ML^2$, 其中 $k_C=$

- A. $19/12$ B. $19/24$ C. $25/36$ D. $25/24$ E. $25/12$ F. $19/48$

14. (續上題)將 P 端懸掛於天花板上,構成一個複合擺。系統簡諧振動的頻率 $\omega^2=k_\omega(g/L)$, 其中 $k_\omega=$

- A. 0.36 B. 0.48 C. 0.60 D. 0.72 E. 0.84 F. 0.96



15. 重量為 W 的均勻杆浮在水中,一端懸掛着一個體積可忽略不計的小球。若杆長有 $1/n$ 部分浮出水面,則小球的重量 $G=$

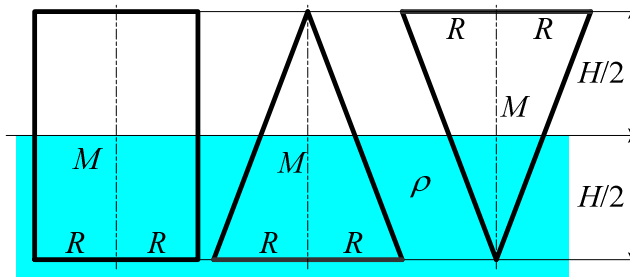
- A. $W(n-1)$ B. Wn C. $W(n+1)$ D. $W/(n-1)$ E. W/n F. $W/(n+1)$

16. 一个冰块浮于杯中的水面，冰块内有一个石子。当冰块融解后，石子沉到杯底。与初始的水面高度比较，水面高度在冰块融解时和石子沉到杯底后，有什么改变？

- A. 开始不变，然后升高 B. 开始不变，然后降低 C. 自始至终都不变
D. 开始降低，然后升高 E. 开始升高，然后降低 F. 自始至终都降低

17. (填空题 12 分)

质量为 M 、高度为 H 和底面半径为 R 的物体，包括(1)圆柱体，(2)正立圆锥体，(3)倒立圆锥体，静止在密度为 ρ 的液体中，液体浸到物体的一半高度处。试填写物体 (a) 与液体的密度之比 $\beta\rho$ ，(b) 质量 M ，和 (c) 受到微小干扰后的振荡频率 ω^2 。

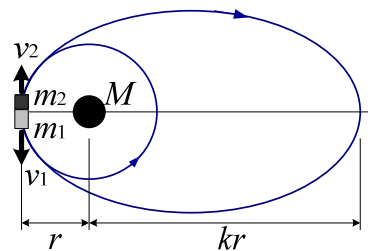


18. (简答题 13 分)

一个卫星，静止在距离地球为 r 之处，设地球质量为 M 。卫星爆炸成为两部分质量 m_1 和 m_2 ，分别以初速度 v_1 和 v_2 ，沿半径为 r 的圆形轨道逆时针方向运行和沿椭圆型轨道顺时针方向运行，并且

$$v_2 = cv_1.$$

- (1) 试求两部分质量之比 m_1/m_2 ，以及 m_1 的速度 v_1 ；
(2) 已知 $c = \sqrt{7}/2$ 并且 m_2 在椭圆轨道中的最远距离是 kr ，试求常数 k ；
(3) 试求 m_1 和 m_2 在爆炸地点再次相遇所需时间 t 。



19. (简答题 13 分)

(1) 一个小球由原点以固定初速度 v_0 ，在一个均匀的引力场中被抛出。运动平面为 xOy ， x 轴位于水平方向和 y 轴位于竖直向上方向。通过调节小球的发射角，位于范围 $y \leq y_0 - kx^2$ 内的目标都能被击中。试求常数 y_0 和 k 的表达式。(说明: i. 可忽略空气阻力; ii. 以上不等式可被直接使用而无需证明。)

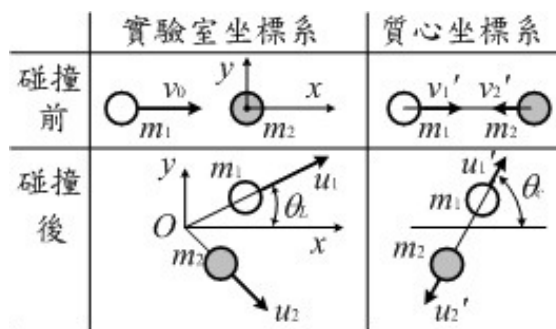
(2) 假设可以在水平面 $y=0$ 上任意选择发射点，发射角也可以任意调整；目的是以最小的初速度 v_0 击中一座半径为 R 的球形建筑物的最高点 P ，并且要求小球在击打到目标之前不得在建筑物表面上反弹。试利用答题纸上特定的方格定性地画出小球的最优化轨迹。(说明: 此部分仅根据轨迹图形评分。)

(3) 试求: 小球准确地击中球形建筑的最高点 P ，所需最小的发射速度 v_{\min} 。

20. (简答题 15 分)

一个在研究碰撞问题时比较方便的方法是，把观察碰撞现象的坐标系，由实验室坐标系转化到质心坐标系。如图所示，在实验室坐标系中，一个质量为 m_1 的粒子以速度 v_0 ，与另一个质量为 m_2 的静止粒子作完全弹性碰撞。

- (1) 试求: (a) 质量 m_1 和 m_2 系统质量中心 C 的速度 v_c ；
(b) 在质心坐标系中质量 m_1 和 m_2 的速度 v_1' 和 v_2' 。
(2) 入射粒子 m_1 在实验室坐标系和质心坐标系的散射速度以及散射角度分别是 u_1 和 u_1' 以及 θ_L 和 θ_C 。



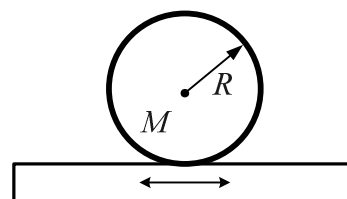
试绘制一个示意图，以显示速度向量 u_1, u_1' 和 v_c 之间的关系，并须在图中适当的地方标示出角 θ_L 和 θ_C 。

- (3) 试把角 θ_L 表达为角 θ_C 的函数，即 $\theta_L = f(\theta_C)$ 。
(4) 考虑弹性碰撞的可能情况 $m_1 \geq m_2$ 和 $m_1 < m_2$ ，试分别求出散射角 θ_L 的最大值。
(5) 如果粒子 m_1 的最终速度是其初始值的一半，试求在质量 $m_1 = m_2$ 情况时的散射角 θ_L 。

21. (简答及填空题 15 分)

一个质量为 M 和半径为 R 的均匀刚性球体/圆柱体/薄壁球壳/薄壁圆柱壳，对其质心轴的转动惯量 $I = kMR^2$ 。刚体在粗糙的水平桌面上自由滚动。桌面在外力驱动下以振幅 A 和固有频率 ω 作水平简谐振动。

- (1) 试求: (a) 对振动台上的观察者来说，刚体在动参考系中的振动幅度 A_r ；
和 (b) 对静止的观察者来说，刚体在实验室参考系中的振动幅度 A_a 。



- (2) 刚体和桌面间的静摩擦系数为 μ ，试求当刚体开始在桌面上滑动时刻的振幅 A_0 。
(3) 设固有频率 $\omega = 2 \text{ rad/s}$ ，静摩擦系数 $\mu = 0.2$ 和取 $g = 10 \text{ m/s}^2$ ，试求当球体开始在桌面上滑动时的振幅 A_0 。
(4) 已知刚体的转动惯量。试在答题纸上填写各刚体的振动幅度 A_r, A_a 和 A_0 。

第 13 届泛珠三角物理奥林匹克暨中华名校邀请赛力学基础试题纸

編號：_____ 學校：_____ 年級：_____ 姓名：_____ 得分：_____/100 分

选择题 (16×2 分)

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16

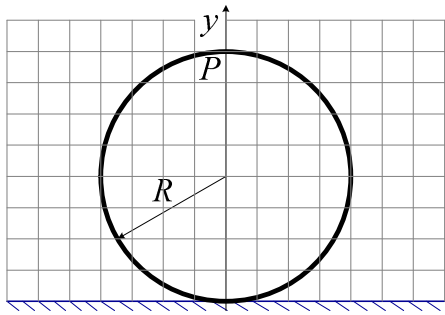
17. (填空题 12 分)

	(1) 圆柱体	(2) 正立圆锥体	(3) 倒立圆锥体
(a) 物体与液体的密度之比 $P/\rho =$			
(b) 物体质量 $M =$ (以数量 π 和参量 ρ, R, H 表示)			
(c) 受到微小干扰后的振荡频率 $\omega^2 =$ (以参量 g 和 H 表示)			

18. (简答题 13 分)

(1)	
两部分质量之比 $m_1:m_2 =$ _____。(以参数 c 表示)	m_1 的速度 $v_1 =$ _____。(以参量 G, M 和 r 表示)
(2)	常数 $k =$ _____.
(3)	m_1 和 m_2 在爆炸地点再次相遇所需时间_____。(以参量 G, M 和 r 表示)

19. (简答题 13 分)

(1) (以参量 g 和 v_0 表示)	(2) 最优化轨迹
常数 $y_0 =$ _____；常数 $k =$ _____.	
(3)	小球准确地击中最高点 P 的最小发射速度 $v_{\min} =$ _____。(以参量 g 和 R 表示)

20. (简答题 15 分)

<p>(1) (以参量 v_0, m_1 和 m_2 表示)</p> <p>(i)</p> <p>质心速度 $v_c = \underline{\hspace{2cm}}$.</p>	<p>(ii) 在质心坐标系中</p> <p>质量 m_1 速度 $v_1' = \underline{\hspace{2cm}}$; 质量 m_2 速度 $v_2' = \underline{\hspace{2cm}}$.</p>
<p>(2) 三个速度向量 u_1, v_c 和 u_1' 之间的关系:</p> <p>(示意图)</p>	<p>(3) 完全弹性碰撞后, 在质心坐标系中 (以参量 v_0, m_1 和 m_2 表示)</p> <p>质量 m_1 速度 $u_1' = \underline{\hspace{2cm}}$.</p> <p>$\tan \theta_L = \underline{\hspace{2cm}}$. (以参量 θ, m_1 和 m_2 表示)</p>
<p>(4) 散射角 θ_L 的最大值 $\theta_{L\max}$.</p> <p>当 $m_1 \geq m_2$ 时</p> <p style="text-align: right;">$\sin \theta_{L\max} = \underline{\hspace{2cm}}$.</p>	
<p>当 $m_1 < m_2$ 时</p> <p style="text-align: right;">$\theta_{L\max} = \underline{\hspace{2cm}}$.</p>	
<p>(5) 若 $u_1' = v_0/2$ 当 $m_1 = m_2$ 时</p> <p style="text-align: right;">$\theta_L = \underline{\hspace{2cm}}$.</p>	

21. (简答及填空题 15 分)

<p>(1) 刚体的振动幅度</p>				
<p>(a) 在动参考系中 $A_r = \underline{\hspace{2cm}}$ A;</p>		<p>(b) 在实验室参考系中 $A_a = \underline{\hspace{2cm}}$ A.</p>		
<p>(2)</p> <p style="text-align: center;">当刚体开始在桌面上滑动时振幅 $A_0 = \underline{\hspace{2cm}}$. (以参量 k, μ, ω 和 g 表示)</p>				
<p>(3) 已知 $\omega = 2\text{rad/s}$, $\mu = 0.2$ 和 $g = 10\text{m/s}^2$</p> <p style="text-align: center;">当球体开始在桌面上滑动时的振幅 $A_0 = \underline{\hspace{2cm}}$. (以参量 k 表示)</p>				
<p>(4) 刚体:</p>	<p>薄壁圆柱壳</p>	<p>薄壁球壳</p>	<p>圆柱体</p>	<p>球体</p>
<p>$I = kMR^2$, 其中 $k =$</p>	<p>1</p>	<p>2/3</p>	<p>1/2</p>	<p>2/5</p>
<p>相对振幅 $A_r =$</p>	<p>$\underline{\hspace{2cm}}$ A</p>	<p>$\underline{\hspace{2cm}}$ A</p>	<p>$\underline{\hspace{2cm}}$ A</p>	<p>$\underline{\hspace{2cm}}$ A</p>
<p>绝对振幅 $A_a =$</p>	<p>$\underline{\hspace{2cm}}$ A</p>	<p>$\underline{\hspace{2cm}}$ A</p>	<p>$\underline{\hspace{2cm}}$ A</p>	<p>$\underline{\hspace{2cm}}$ A</p>
<p>开始滑动时振幅 $A_0 =$ (以参量 μ, ω 和 g 表示)</p>				
<p>$\omega = 2\text{rad/s}$ 和 $\mu = 0.2, A_0 =$</p>	<p>$\underline{\hspace{2cm}}$ m</p>	<p>$\underline{\hspace{2cm}}$ m</p>	<p>$\underline{\hspace{2cm}}$ m</p>	<p>$\underline{\hspace{2cm}}$ m</p>