

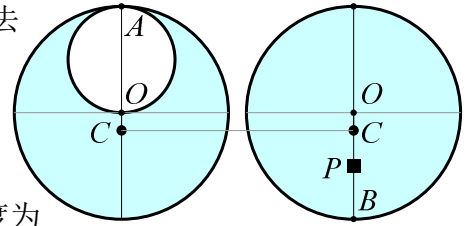
**香港物理奧林匹克委員會主辦 香港科技大學高等研究院贊助**  
**第 14 屆泛珠三角物理奧林匹克暨中華名校邀請賽力學基礎試 試題紙**

(2018 年 2 月 22 日 9:00-12:00)

\* 選擇題 1 至 20 (共 40 分, 答案唯一) 和 簡答題 21 至 24 (共 60 分) 做在答題紙上 \*

1. 兩個質量為  $M$  和半徑  $OA=OB=R$  均勻等厚度圓板: (i) 在半徑  $OA$  上挖去一個直徑為  $R$  的圓洞; (ii) 在半徑  $OB$  中點  $P$  貼上一個質量為  $m$  的質點。若二者形心  $C$  位置相同, 則  $m=kM$ , 其中  $k=$

- A. 0.1    B. 0.2    C. 0.3    D. 0.4    E. 0.5    F. 0.6



2. 一輛質量為 2,000kg 的汽車, 發動機額定功率為 80kW。它在公路上行駛時所受阻力為車重的 0.2 倍。若汽車保持恒定功率行駛, 運動的最大速度為

- A. 15m/s    B. 20m/s    C. 25m/s    D. 30m/s    E. 35m/s    F. 40m/s

3. (續上題) 若汽車以加速度  $2\text{m/s}^2$  做勻加速行駛, 勻加速運動的最長時間為

- A. 2s    B. 3s    C. 4s    D. 5s    E. 6s    F. 7s

4. 重力場中質量為  $m$  的小球  $A$  位於某一高度; 質量為  $M=10m$  的平板  $B$  位於水平地面上。在平板表面的上方, 存在一定厚度的排斥力場, 當小球  $A$  進入該區域時, 平板  $B$  與球  $A$  之間會有豎直方向的排斥力  $F=6mg$ ; 恒力  $F$  對  $A$  的作用使其不與  $B$  的上表面接觸。在水平方向上  $A$  和  $B$  之間沒有相互作用力。球在點  $A$  經歷時間  $t_1=1\text{s}$  到達排斥力場, 則它從開始自由下落到再次回到初始位置所經歷的時間  $T=$

- A. 2.0s    B. 2.1s    C. 2.2s    D. 2.3s    E. 2.4s    F. 2.5s

5. (續上題) 小球  $A$  在運動的一個周期所經過的路程  $S=$

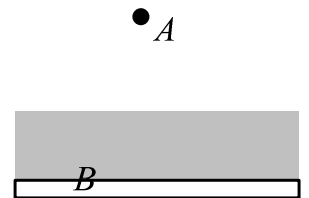
- A. 11m    B. 12m    C. 13m    D. 14m    E. 15m    F. 16m

6. (續上題) 當小球  $A$  開始自由下落的時刻, 平板  $B$  以速度  $v_0=20\text{m/s}$  向右滑動, 並且平板與水平地面之間的滑動摩擦係數  $\mu=0.25$ 。假設平板足夠長, 保證  $A$  總能落入上方的排斥力場。在小球  $A$  運動的一個周期  $T$  內, 平板  $B$  速度的減少  $\Delta v=$

- A. 3.2m/s    B. 4.0m/s    C. 5.0m/s    D. 6.6m/s    E. 9.8m/s    F. 16m/s

7. (續上題) 當平板  $B$  停止滑動時, 球  $A$  已經回到初始位置的次數  $N=$

- A. 1    B. 2    C. 3    D. 4    E. 5    F. 6



8. 長度為  $L$  的水平細繩 (不計質量和不可伸長), 左端有一個質量為  $M$  的小球, 右端系在半徑為  $R$  和圓心為  $O$  的固定圓柱體頂端的  $A$  點上。它被釋放後繞圓柱體擺動, 運動到點  $P$  時, 擺線與圓柱體在  $Q$  點相切。設切線  $PQ=s$  和圓心角  $AOQ=\varphi$ ; 則擺球運動到  $P$  點時下降的高度  $h(\varphi)=$

- A.  $L\sin\varphi+R(1-\cos\varphi-\varphi\sin\varphi)$     B.  $L\cos\varphi+R(1-\cos\varphi-\varphi\sin\varphi)$     C.  $L\sin\varphi+R(1-\sin\varphi-\varphi\cos\varphi)$   
 D.  $L\sin\varphi-R(1-\cos\varphi-\varphi\sin\varphi)$     E.  $L\sin\varphi+R(1+\cos\varphi-\varphi\sin\varphi)$     F.  $L\sin\varphi+R(1-\cos\varphi+\varphi\sin\varphi)$

9. (續上題) 已知  $L=(2+\pi/2)R$ , 則擺球運動到最低點時下降的高度  $H=$

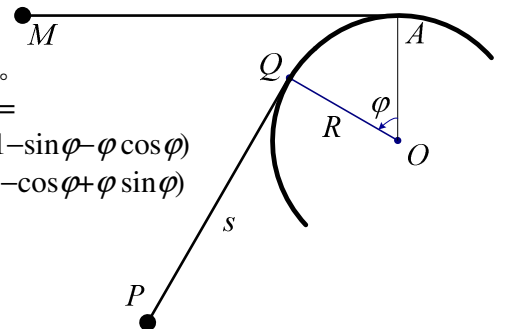
- A.  $3R$     B.  $3.2R$     C.  $3.4R$     D.  $3.6R$     E.  $3.8R$     F.  $4R$

10. (續上題) 設  $V$  為擺球運動過程的最大速度, 則  $V^2=$

- A.  $gR$     B.  $2gR$     C.  $3gR$     D.  $4gR$     E.  $5gR$     F.  $6gR$

11. (續上題) 擺球在最大速度時, 細繩的張力  $T=$

- A.  $2Mg$     B.  $3Mg$     C.  $4Mg$     D.  $5Mg$     E.  $6Mg$     F.  $7Mg$

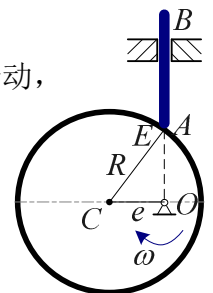


12. 半徑  $R=5\text{cm}$  和偏心距  $e=3\text{cm}$  的偏心圓盤繞水平軸  $O$  以勻角速度  $\omega=4\text{rad/s}$  作順時針轉動, 使頂杆  $AB$  沿着軸線通過點  $O$  在的豎直滑槽上下移動。

當圓心  $C$  與軸  $O$  在同一水平線上時頂杆以  $\text{cm/s}$  為單位的速率是

13. (續上題) 以  $\text{cm/s}^2$  為單位的加速度大小是

- A. 12    B. 16    C. 20    D. 24    E. 30    F. 36



14. 在水平地面上有二完全相同的均勻圓柱/圓球形剛體, 剛體 1 做質心速度為  $v_0$  的純滾動, 剛體 2 則靜止不動。若兩者做完全彈性碰撞, 則碰撞後它們的瞬时質心速度  $v_1$ 、 $v_2$  和瞬时角速度  $\omega_1$ 、 $\omega_2$  分別為

剛體	A.	B.	C.	D.	E.	F.
1	$v_0$ 和 $\omega_0$	$0.5v_0$ 和 $0.5\omega_0$	$0.25v_0$ 和 $0.25\omega_0$	0 和 0	$v_0$ 和 0	0 和 $\omega_0$
2	0 和 0	$0.5v_0$ 和 $0.5\omega_0$	$0.75v_0$ 和 $0.75\omega_0$	$v_0$ 和 $\omega_0$	0 和 $\omega_0$	$v_0$ 和 0

15. (接題 14) 設剛體完全彈性碰撞後它們達到純滾動時的質心速度

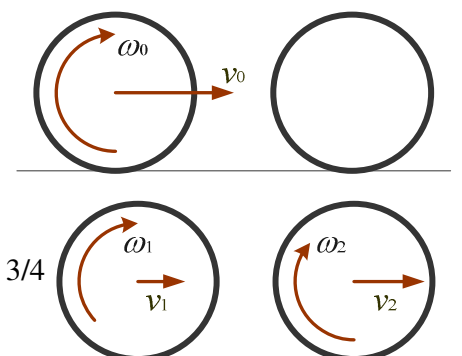
$v_1=k_1v_0$  和  $v_2=k_2v_0$ 。若兩者是均勻圓柱體, 則  $k_1$  和  $k_2=$

16. (接題 14) 若兩者是轉動慣量為  $I=2MR^2/3$  的薄壁球殼, 則  $k_1$  和  $k_2=$

- A. 2/3 和 1/3    B. 1/2 和 1/2    C. 2/5 和 3/5    D. 1/3 和 2/3    E. 2/7 和 5/7    F. 1/4 和 3/4

17. (接題 15)    18. (接題 16) 整個過程中損失機械能的百分數為

- A. 40.8%    B. 44.4%    C. 45.5%    D. 46.7%    E. 48%    F. 50%

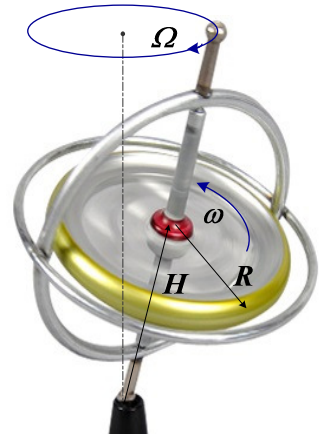


19. 陀螺仪(Gyroscope)是一种用来感测与维持方向的装置, 基于角动量守恒的理论设计出来的。陀螺仪主要是由一个位于轴心且可旋转的转子构成。陀螺仪一旦开始旋转, 由于转子的角动量, 陀螺仪有抗拒方向改变的趋向。如图所示, 一陀螺仪均匀盘转子质量为  $M$  和半径为  $R$  并且以角速度  $\omega$  转动, 转轴长度为  $H$  并且其质量远小于均匀盘。转轴的另外一端铰合在桌上, 但是转轴可以在任何方向上自由转动并且倾斜于垂直方向。转子的角动量向量的大小和方向为

- A.  $(MR^2/2)\omega$  沿转轴向上 B.  $(MR^2/2)\omega$  沿转轴向下 C.  $(MR^2/2)\omega$  垂直于转轴  
D.  $MR^2\omega$  沿转轴向上 E.  $MR^2\omega$  沿转轴向下 F.  $MR^2\omega$  垂直于转轴

20. (续上题) 陀螺仪进动的角速度  $\Omega = k(gH/R^2\omega)$ , 其中  $k=$

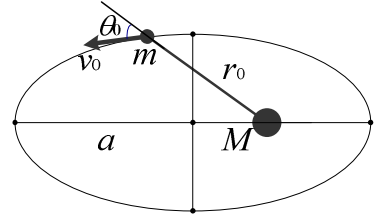
- A. 1 B. 1.5 C. 2 D. 2.5 E. 3 F. 3.5



21.(12分)

质量为  $m$  的卫星环绕质量为  $M$  的地球运行。当与地球中心距离为  $r_0$  时, 卫星的速率为  $v_0$  并且速度方向与向外的径向向量成角度  $\theta_0$ 。试写出如下表达式:

- (1) 卫星的机械能  $E_0$  和角动量  $L_0$ ; (2) 卫星与地球中心最长距离  $r_{\max}$  和最短距离  $r_{\min}$ ; (3) 椭圆轨道的半长轴  $a$ ; (4) 卫星轨道的周期  $T$ 。



22.(20分)

沿半径  $R=6,400\text{km}$  和重力加速度  $g=10\text{m/s}^2$  的地球弦线  $ACB$  挖一条光滑通道, 设  $AC=BC=L$ 。

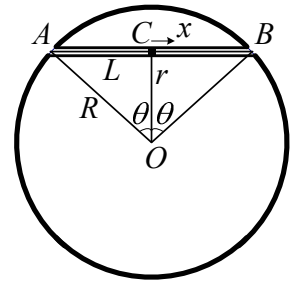
- (1) 试描述质量为  $m$  的物体在中心点  $C$  附近的运动情况。  
(2) 试写出物体在信道中运动的最大速度  $V$ 。  
(3) 已知地球表面距离: (a) 北京至广州之间为 1,250 公里; (b) 广州至香港 150 公里。当局拟建造二条连接贯穿三座城市的铁路隧道。试分别计算:

- (i) 隧道长度  $2L$ , (ii) 隧道距离地球表面的最大深度;  
(iii) 列车在隧道行驶的最大速度  $V$ ; (iv) 列车通过隧道所需的时间  $t_{AB}$ 。  
(4) 有学者提出了不用火箭发射人造地球卫星的设想:

在通道口  $A$  和  $B$ , 分别将质量为  $m_1$  的待发射卫星和质量为  $m_2$  的重物同时自由释放, 只要  $m_1 < m_2$ , 它们弹性碰撞后卫星就会从信道口  $A$  冲出。试求:

- (i) 发射卫星  $m_1$  和重物  $m_2$  弹性碰撞之后的瞬时速度  $v_1$  和  $v_2$ ; (ii) 发射卫星返回到出口  $A$  的速度  $u^2$ 。  
(5) 设发射卫星上有一种装置, 在卫星刚离开出口  $A$  时, 立刻把速度方向变为沿该处地球切线的方向, 但是不改变速度的大小。这样, 发射卫星便有可能绕地心  $O$  做匀速圆周运动, 成为一颗人造地球卫星。试求: 地心到该通道的距离  $r$  与地球半径  $R$  之比。

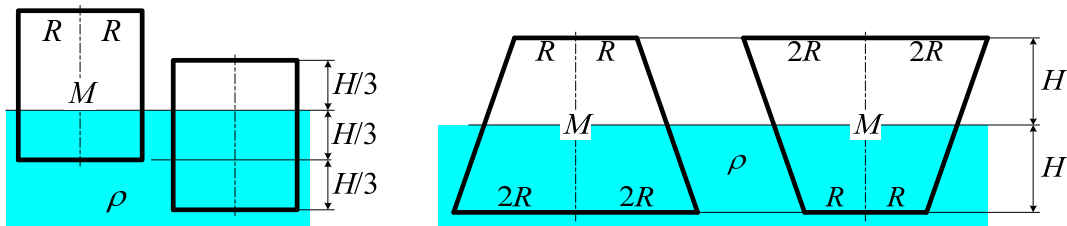
(6) 设质量(i)  $m_2=2m_1$ ; 和(ii)  $m_2=20m_1$ 。试计算两种情况下通道距离地球表面的最大深度。



23.(12分)

密度为  $\rho$  的液体中, 静止地浸有密度为  $P$  及质量为  $M$  的

- (a) 高度为  $H$  和底面半径为  $R$  的圆柱体, 液体分别浸到圆柱的  $H/3$  和  $2H/3$  高度处;  
(b) 高度为  $2H$ 、底面半径为  $R$  和  $2R$  的正立和倒立圆台, 液体浸到圆台的一半高度处。



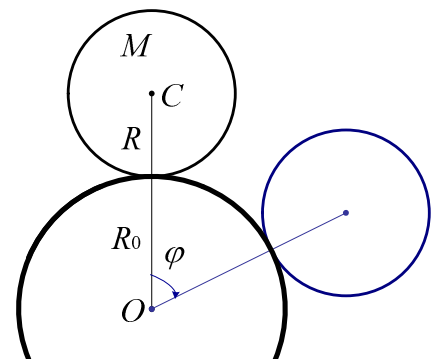
试求: 四种情况下物体(1)质量  $M$ , (2)与液体的密度之比  $P\rho$ , 和(3)受到微小干扰后的振荡频率  $\omega^2$ 。

24.(16分)

一个球心为  $C$ 、质量为  $M$  和半径为  $R$  的均质刚性球体, 静止在圆心为  $O$  和半径为  $R_0 (> R)$  的圆柱面顶点, 受微小干扰后而自由滚下。

设(i)转动惯量  $I=kMR^2$ ; (ii)球和圆柱面之间静摩擦系数为  $\mu$ 。试

- (1) 求球心  $C$  的速度  $v_c(\varphi)$ , 其中  $\varphi$  为联机  $CO$  的转动角度。  
(2) 写出圆柱面对球的支持力  $N$  和其所受静摩擦力  $f$  的表达式。  
(3) 求球由圆柱面上滑落的临界角  $\varphi_0$ 。  
(4) 写出圆柱面和球之间静摩擦系数  $\mu(\varphi)$  的不等式。  
(5) 为保持小球在  $\varphi \leq 30^\circ$  范围内做纯滚动, 求  $\mu$  的最小值。  
(6) 通过讨论摩擦系数  $\mu$ , 确定角度  $\varphi$  的最小值  $\varphi_{\min}$  和最大值  $\varphi_{\max}$ 。  
(7) 已知实心球  $k=2/5$  和空心薄壁球  $k=2/3$ , 计算 题(1)至(6)中各个物理量。



第 14 屆泛珠三角物理奧林匹克暨中華名校邀請賽力學基礎試 答題紙 (2018 年 2 月 22 日)

考號：\_\_\_\_\_ 學校：\_\_\_\_\_ 年級：\_\_\_\_\_ 姓名：\_\_\_\_\_ 得分：\_\_\_\_\_/100 分

選擇題 (20×2 分)

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20

21. (12 分)

簡答：

填空：

(1) 衛星的 (以常量 $G, M$ 和參量 $m, v_0, r_0, \theta_0$ 表示)	(2) 衛星與地球中心 (以常量 $G, M$ 和參量 $v_0, r_0, \theta_0$ 表示)
機械能 $E_0 =$ _____;	最長距離 $r_{\max} =$ _____;
角動量 $L_0 =$ _____.	最短距離 $r_{\min} =$ _____.
(3) 橢圓軌道 (以 $G, M, v_0, r_0$ 表示)	(4) 衛星的 (以 $G, M, v_0, r_0$ 表示)
半長軸 $a =$ _____.	軌道週期 $T =$ _____.

22. (20 分)

(1) 質量  $m$  在點  $C$  附近沿  $AB=2L$  方向的運動是 (請選擇  $\sqrt{\quad}$ , 並把描述該運動的物理量以參量  $g$  和  $R$  表示)

勻速運動, 速度  $v =$  \_\_\_\_\_;  勻變速運動, 加速度  $a =$  \_\_\_\_\_;

簡諧振動, 固有頻率  $\omega^2 =$  \_\_\_\_\_, 週期  $T =$  \_\_\_\_\_.

(2)

由 \_\_\_\_\_ 定律

最大速度  $V =$  \_\_\_\_\_ (以常量  $g, R$  和參量  $L$  表示).

(3) 鐵路隧道	$s =$	$\theta =$	(i) 隧道全長 $2L$	(ii) 最大深度 $(R-r)$	(iii) 最大速度 $V$	(iv) 所需時間 $t$
(a) 北京至廣州	1,250km	$^\circ$ (度)	km	km	m/s	s(秒)
(b) 廣州至香港	150km	$^\circ$ (度)	km	km	m/s	s(秒)

(4)

由 \_\_\_\_\_ 定律

和 \_\_\_\_\_ 定律

彈性碰撞後的瞬時速度: 發射衛星  $v_1 =$  \_\_\_\_\_ 和重物  $v_2 =$  \_\_\_\_\_ (以參量  $m_1, m_2$  和  $V$  表示)

(5)

由 \_\_\_\_\_ 定律

發射衛星返回到出口  $A$  的速度  $u =$  \_\_\_\_\_ (以常量  $g, R$  和參量  $m_1, m_2, L$  表示)

(6)

地心到該通道的距離與地球半  $R$  之比  $r/R =$  \_\_\_\_\_ (以參量  $m_1$  和  $m_2$  表示)

(7) 通道  $AB$  距離地球表面的最大深度  $h$ .

(i)  $m_2 = 2m_1$  時  $h =$  \_\_\_\_\_ km(公里). (ii)  $m_2 = 20m_1$  時  $h =$  \_\_\_\_\_ km(公里).

23. (12 分)

簡答：				
填空：				
	(a) 圆柱体		(b) 圆台体	
	液体浸到 $H/3$ 高度	液体浸到 $2H/3$ 高度	正立	倒立
(1) 物体与液体的密度之比 $\frac{\rho}{\rho} =$				
(2) 物体质量 $M =$ (以数量 $\pi$ 和参量 $\rho, R, H$ 表示)				
(3) 受到微小干扰后振荡频率 $\omega^2 =$ (以参量 $g$ 和 $H$ 表示)				

24. (16 分)

簡答：			
填空：			
	设 转动惯量 $I = kMR^2$	实心球 $k=2/5$	空心薄壁球 $k=2/3$
(1) 联机 $OC$ 转动角度为 $\varphi$ 时球心 $C$ 的速度 $v_c^2 =$ _____ (以常量 $g$ 和参量 $R_0, R, k, \varphi$ 表示)		$v_c^2 =$ _____	$v_c^2 =$ _____
(2) 圆柱面对球的支持力和其所受静摩擦力(以 $g, M, k, \varphi$ 表示) $N =$ _____ 和 $f =$ _____		$N =$ _____ $F =$ _____	$N =$ _____ $F =$ _____
(3) 球由圆柱面上滑落的临界角 $\varphi_0$ 当 $N =$ _____ 即 $\cos \varphi_0 =$ _____ (以参量 $k$ 表示) 时球滑落.		$\varphi_0 =$ _____ <sup>0</sup> (度). (以 $\varphi$ 表示)	$\varphi_0 =$ _____ <sup>0</sup> (度). (以 $\varphi$ 表示)
(4) 静摩擦系数 $\mu(\varphi)$ 请选择: ( $\geq$ 大于等于) / ( $\leq$ 小于等于) _____ = $\mu_{\min}$ . (以 $k$ 和 $\varphi$ 表示)		$\mu_{\min} =$ _____	$\mu_{\min} =$ _____
(5) 球在 $\varphi \leq 30^\circ$ 时做纯滚动时 _____ $\mu_{\min} =$ _____ (以 $k$ 表示)		$\mu_{\min} =$ _____	$\mu_{\min} =$ _____
(6) 角度 $\varphi$	最小值 $\varphi_{\min} =$ _____, 球将会 _____.	当 $\mu =$ _____ 时 $\varphi_{\min} =$ _____ <sup>0</sup> (度).	当 $\mu =$ _____ 时 $\varphi_{\min} =$ _____ <sup>0</sup> (度).
	最大值 $\cos \varphi_{\max} =$ _____ (以 $k$ 表示), 球将会 _____.	当 $\mu =$ _____ 时 $\varphi_{\max} =$ _____ <sup>0</sup> (度).	当 $\mu =$ _____ 时 $\varphi_{\max} =$ _____ <sup>0</sup> (度).