

香港物理奧林匹克委員會主辦 香港科技大學高等研究院贊助
第 15 屆泛珠三角物理奧林匹克暨中華名校邀請賽力學基礎試 試題

(2019 年 2 月 15 日 9:00-12:00)

* 選擇題 1 至 20(答案唯一共 40 分)和簡答題 21 至 24(共 60 分), 做在答題紙上 *

** 若有需要可以取重力加速度 $g=10\text{m/s}^2$ **

1. 自行車加速前進時, 設地面作用在後輪上的摩擦力方向(a)向前; (b)向後, 和地面作用在前輪上的摩擦力(1)方向向前; (2)為零; (3)方向向後, 則正確的組合是

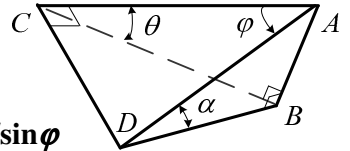
- A. (a)和(1) B. (a)和(2) C. (a)和(3) D. (b)和(1) E. (b)和(2) F. (b)和(3)

2. 一輛汽車質量為 $4,000\text{kg}$, 在水平路面上勻速行駛。從某個時刻關閉發動機, 經過 10s 滑行 50m 而停止。車輪與地面間的動摩擦係數 $\mu=$

- A. 0.6 B. 0.5 C. 0.4 D. 0.3 E. 0.2 F. 0.1

3. $\angle ABC$ 、 $\angle ACD$ 和 $\angle ABD$ 均為直角, 並且角 θ , φ 和 α 分別是它們所在三角形直角邊和斜邊的夾角, 則 $\sin\alpha=$

- A. $\sin\theta\cos\varphi$ B. $\sin\theta\sin\varphi$ C. $\cos\theta\sin\varphi$ D. $\cos\theta/\sin\varphi$ E. $\sin\theta/\cos\varphi$ F. $\sin\theta/\sin\varphi$



4. 繞太陽公轉的地球由夏至 6 月 21 日至教師節 9 月 10 日, 在公轉軌道平面上轉過的角度約為

- A. 55° B. 60° C. 65° D. 70° E. 75° F. 80°

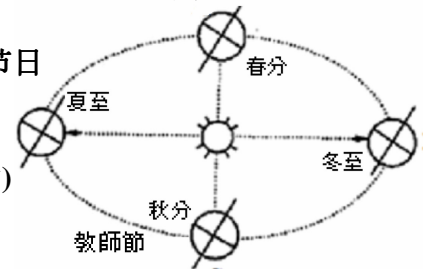
5. (續前)地球赤道面與其繞太陽公轉軌道平面的交角 $\theta=23.5^\circ$, 則在教師節日陽光相對於赤道面, 照射的角度約為

- A. 2° B. 4° C. 6° D. 8° E. 10° F. 12°

6. (續前)位於北緯 $\beta=40^\circ$ 的北京, 在夏至那天白晝的時間約為(單位:小時)

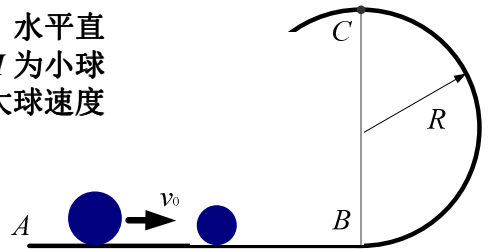
7. (續前)北京在教師節那天白晝的時間約為 (單位:小時)

- A. 10.05 B. 11.25 C. 12.45 D. 13.65 E. 14.85 F. 16.05



8. AB 為一光滑水平直軌道, BC 是半徑 $R=8\text{m}$ 的半圓形光滑軌道, 水平直軌道與半圓軌道連接在一起。在水平軌道上有兩個球, 大球的質量 M 為小球質量 m 的 2 倍即 $M=2m$, 大球以速度 v_0 與撞擊靜止的小球, 碰撞後大球速度減少為 $v_0/3$ 並且使小球升到軌道最高點 C , 則 v_0 的最小值應為

- A. 11 m/s B. 12 m/s C. 13 m/s D. 14 m/s E. 15 m/s F. 16 m/s

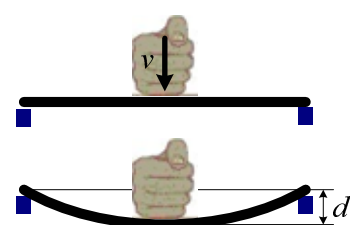


9. 空手道運動員揮動質量 $m_1=700\text{g}$ 的拳頭, 向下以速度 v 擊斷一塊彎曲彈性常數 $k=41\text{kN/m}$ 和質量 $m_2=140\text{g}$ 的木板; 折斷時木板偏轉距離 $d=16\text{mm}$ 。在折斷前木板所儲存的能量 $E\approx$

- A. 0.525 J B. 1.05 J C. 5.25 J D. 10.5 J E. 52.5 J F. 105 J

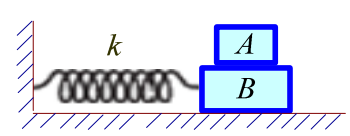
10. (續前)假設(i)拳頭對木板的撞擊為完全非彈性碰撞,(ii)木板在彎曲時機械能守恆和(iii)當折斷時拳頭及木板的速度為零, 則拳頭對木板的撞擊速度 $v\approx$

- A. 1.11m/s B. 1.34m/s C. 1.90m/s D. 4.24m/s E. 6.00m/s F. 13.41m/s



11. 質量 $m=0.2\text{kg}$ 的物塊 A 放置在一個彈簧剛度 $k=50\text{N/m}$ 和質量 $M=1\text{kg}$ 的振子 B 上, 它們一起在光滑水平面上作簡諧振動, A 、 B 之間的靜摩擦係數 $\mu=0.2$ 。若要使物塊 A 在振子 B 表面上不滑動, 系統簡諧振動的最大位移為

- A. 30mm B. 36mm C. 42mm D. 48mm E. 54mm F. 60mm



12. (續前)系統簡諧振動的固有頻率是 (單位:rad/s)

- A. 6.45 B. 6.95 C. 7.45 D. 7.95 E. 8.45 F. 8.95

13. (續前)如果彈簧被壓縮至 100mm 並且系統最初處於靜止狀態, 物塊 A 在振子 B 上滑動的時間約為

- A. 0.017s B. 0.167s C. 0.517s D. 0.777s E. 1.00s F. 1.67s

14. 一個質量為 $4M$ 及半徑為 R 的均勻等厚度圓板, 在等邊 $\triangle PAB$ 的角點 A 和 B 上各貼有一個質量為 M 的質點。設 C 為系統的质量中心, 則 $d_{PC}=kR$, 其中 $k=$

- A. 8/7 B. 7/6 C. 6/5 D. 5/4 E. 4/3 F. 3/2

15. (續前)系統關於 P 點的轉動慣量 $I_P=k_PMR^2$, 其中 $k_P=$

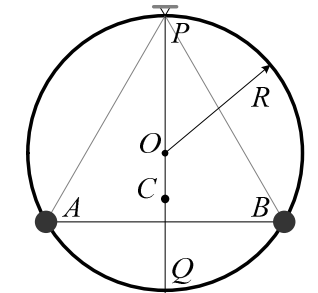
- A. 12 B. 11 C. 10 D. 9 E. 8 F. 7

16. (續前)系統關於質量中心 C 的轉動慣量 $I_C=k_CMR^2$, 其中 $k_C=$

- A. 23/10 B. 23/8 C. 23/6 D. 19/8 E. 19/6 F. 19/4

17. (續前)將 P 端懸掛於天花板上構成一個複合擺。系統簡諧振動頻率 $\omega^2=k_\omega(g/R)$, 其中 $k_\omega=$

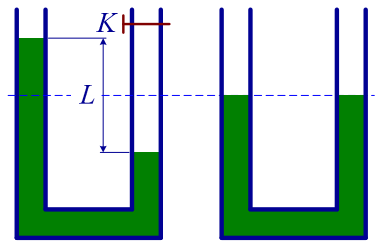
- A. 2/23 B. 1/4 C. 5/12 D. 7/12 E. 21/23 F. 42/23



18. 質量為 1kg 的木塊 A 放在液體中時, 浮在液面上的部份剛好是整個體積的 $2/3$ 。把體積與 A 相同的重物 B 放在木塊上面, A 和 B 全部浸入液體中, 則重物 B 的最小質量為

- A. 1kg B. 2kg C. 3kg D. 4kg E. 5kg F. 6kg

19. 横截面均匀的 U 形管装有总长为 $3L$ 的液体, 开始时阀门闭合, 左右支管内液面高度差为 L 。打开阀门后液体流动, 管壁摩擦阻力可忽略不计。设左右液面高度相同时液体的流动速度为 v 并且 $v^2 = k_v(gL)$, 则 $k_v =$



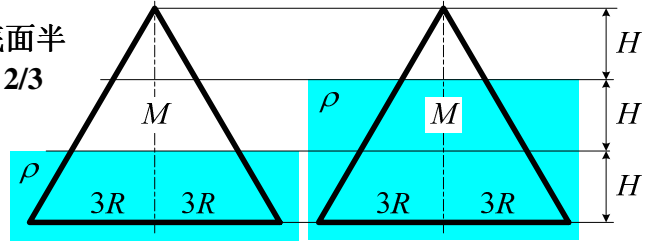
20. (续前)左右液面高度相同之后, 液体高度开始振荡。

设固有频率为 ω 并且 $\omega^2 = k_\omega(g/L)$, 则 $k_\omega =$

- A. 4/3 B. 1 C. 2/3 D. 1/2 E. 1/3 F. 1/6

21. (8分)

在密度为 ρ 的液体中, 静止地浸有密度为 P 及质量为 M 的底面半径为 $3R$ 和高度为 $3H$ 的圆锥体, 液体分别浸到它的 $1/3$ 和 $2/3$ 高度处。试分别求出这二种情况下的(a)圆锥体与液体的密度之比 P/ρ , (b)锥体质量 M 和(c)在液体中受到微小干扰后的振荡频率 ω^2 。



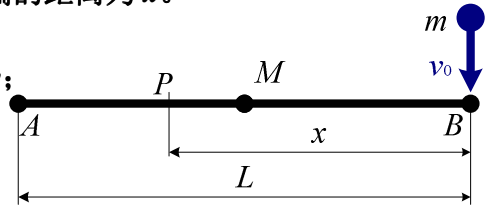
22. (20分)

质量为 M 和长度为 L 的均匀细杆 AB 静止在光滑水平面上, 质量为 m 的小球以初速度 v_0 垂直撞击右端点 B 。设定: (i)参数 k 为质量比即 $M = km$; (ii)瞬时转动轴 P (即静止点)到 B 端的距离为 x 。

(1) 若球对杆的撞击是「完全弹性碰撞」, 试求撞击后瞬时

(a) 细杆的瞬时轴位置 x , 转动角速度 ω 、质心速度 v_C 和小球的速度 v ;

(b) 当杆长 $L = 1\text{m}$ 、球初速度 $v_0 = 7\text{m/s}$ 和质量 $M = 3m$ 时, 计算杆的角速度 ω 、质心速度 v_C 和小球的速度 v , 以及杆端速度 v_A 和 v_B 。



(2) 若球对杆的撞击是「完全非弹性碰撞」, 试求撞击后瞬时

(a) 瞬时轴位置 x ; 系统关于质心 C 的转动惯量 I_C 、转动角速度 ω 、质心速度 v_C 和动能 E ;

(b) 当质量 $M = 3m$ 和 $m = 3M$ 时, 分别计算系统在撞击后的能量 E 与撞击前的能量 $E_0 = \frac{1}{2}mv_0^2$ 的比值。

23. (8分)

(1) 飞船围绕地球运行, 圆形轨道半径为 r 、地球质量为 M 和飞船为 m , 试求飞船圆周运动的速度 v , 动能 E_k 和总能量 E 。(2) 将飞船点火加速, 瞬间将其动能增加为 $1.3E_k$ 。试求飞船离开地球的最远距离 r_{\max} 。

24. (24分)

长度为 L 的水平细绳(不计质量和不可伸长), 右端有一个质量为 m 的小球, 左端系在半径为 R 和圆心为 O 的固定在圆柱体顶端的 A 点上。

(1) 静止的小球 m 被释放后, 绕圆柱体摆动到 P 点时摆线与圆柱体在 Q 点相切, 设切线 PQ 长度为 t 和圆心角 AOQ 为 φ ($0 \leq \varphi \leq \varphi_{\text{iii}}$)。试

(a) 以变量 φ 表示切线长度 $t(\varphi)$;

(b) 以变量 $t(\varphi)$ 表示摆球在竖直方向的位移(下降高度) $h(\varphi)$;

(c) 以变量 $h(\varphi)$ 表示摆球在垂直于 PQ 方向的速度 $v(\varphi)$ 和沿着 PQ 方向的加速度 $a(\varphi)$ 。

(d) 以正弦函数 $\sin \varphi$ 、变量 $t(\varphi)$ 和 $h(\varphi)$ 表示小球摆动到 P 点时细绳的张力 T 。

以下设 $\frac{L}{R} = \theta - \frac{2}{3} \tan \frac{\theta}{2}$ 其中 $\theta = \frac{9\pi}{8} \approx 3.5343$, 则 $\frac{L}{R} \approx 3.5343 - \frac{2}{3} \times (-5.0273) = 6.8858$ 。

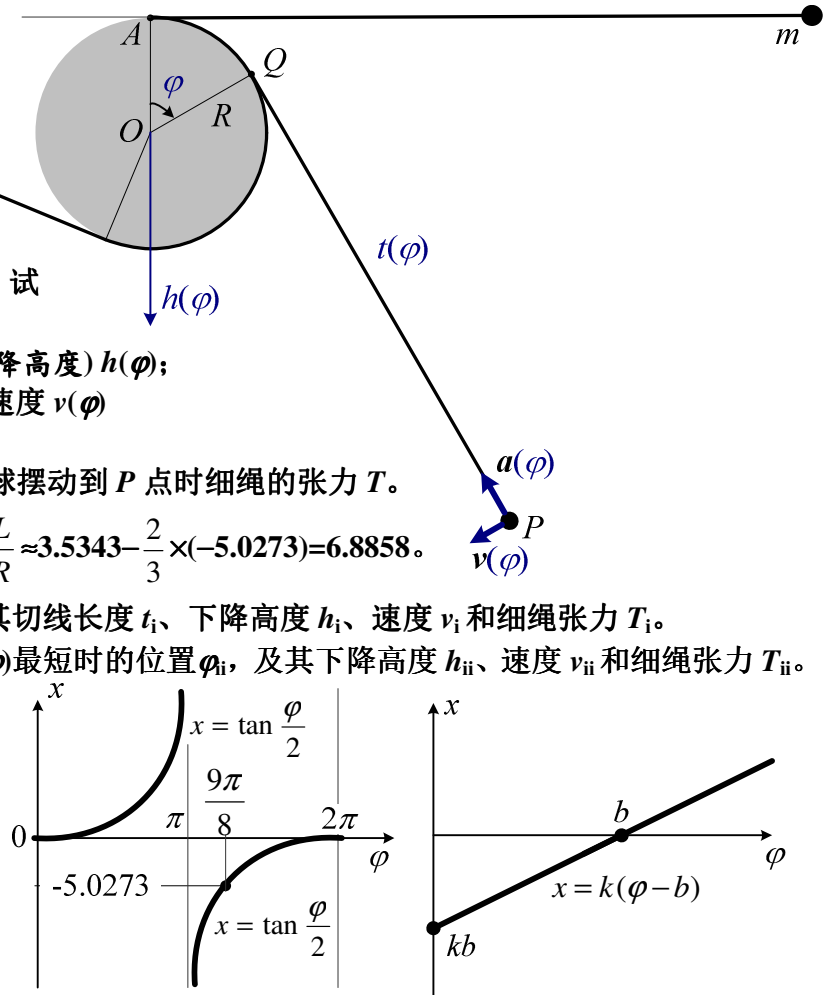
(2) 试计算小球摆动到最低点时的位置 φ , 及其切线长度 t_i 、下降高度 h_i 、速度 v_i 和细绳张力 T_i 。

(3) 试求小球摆动到圆柱体左侧当切线长度 $t(\varphi)$ 最短时的位置 φ_{ii} , 及其下降高度 h_{ii} 、速度 v_{ii} 和细绳张力 T_{ii} 。

(4) 试确定小球在题(3)位置 φ_{ii} 之后继续运动的 (a)类型(直线运动/圆周运动/抛体运动/简谐振动); (b)到最高点时的下降高度 h_{iii} 和瞬时速度 v_{iii} 。

若有需要, 可以使用半角公式 $\tan \frac{x}{2} = \frac{1 - \cos x}{\sin x}$

和参考右面的图形:



2018 年第 15 屆泛珠賽力學基礎試 答題紙 (2 月 15 日)

選擇題 (20×2 分)

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	

21. (8 分)

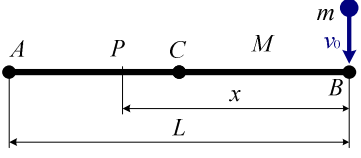
簡答：

填寫：(要求答案以精確分數表示)

(1) 液體浸到圓錐體高度的 1/3			(2) 液體浸到圓錐體高度的 2/3		
(a) 密度	(b) 質量	(c) 頻率	(a) 密度	(b) 質量	(c) 頻率
$\frac{P}{\rho} = \underline{\hspace{2cm}}$,	$M = \underline{\hspace{2cm}} \rho \pi R^2 H$	$\omega^2 = \underline{\hspace{2cm}} \frac{g}{H}$.	$\frac{P}{\rho} = \underline{\hspace{2cm}}$,	$M = \underline{\hspace{2cm}} \rho \pi R^2 H$	$\omega^2 = \underline{\hspace{2cm}} \frac{g}{H}$.

22. (20 分)

(1) 簡答：



填寫：

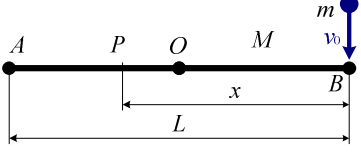
(a) (要求答案以精確值表示；精確值包括：整數、分數和含參量 k 的分式)

$x = \underline{\hspace{2cm}} L$; $\omega = \underline{\hspace{2cm}} v_0/L$, $v_C = \underline{\hspace{2cm}} v_0$ 和 $v = \underline{\hspace{2cm}} v_0$.

(b) $M=3m$ 時

$\omega = \underline{\hspace{2cm}} \text{rad/s}$, $v_C = \underline{\hspace{2cm}} \text{m/s}$ 和 $v = \underline{\hspace{2cm}} \text{m/s}$; $v_A = \underline{\hspace{2cm}} \text{m/s}$ 和 $v_B = \underline{\hspace{2cm}} \text{m/s}$.

(2) 簡答：



填寫：

(a) (要求答案以精確值表示；精確值包括：整數、分數和含參量 k 的分式)

$x = \underline{\hspace{2cm}} L$; $I_C = \underline{\hspace{2cm}} mL^2$, $\omega = \underline{\hspace{2cm}} v_0/L$, $v_C = \underline{\hspace{2cm}} v_0$;

$E = \underline{\hspace{2cm}} E_0$. (b) $M=3m$ 時 $E = \underline{\hspace{2cm}} E_0$ 和 $m=3M$ 時 $E = \underline{\hspace{2cm}} E_0$.

23. (8 分)

簡答：

填寫：

(1)(以常量 G, M 和參量 r 表示)	(以 G, M 和參量 m, r 表示)	(以整數表示)	(2) (以準確分數表示)
飛船圓周運動			最遠距離
速度 $v^2 =$ _____,	動能 $E_k =$ _____,	總能量 $E =$ _____ E_k .	$r_{\max} =$ _____ r .

24. (24 分)

簡答：

填寫：

(1)	(a) (以參量 $\frac{L}{R}$ 和變量 φ 表示)	(b) (以參量 $\frac{L}{R}$ 以及變量 φ 和 $\tan \frac{\varphi}{2}$ 表示)			
	切線長度 $t(\varphi) = R(\underline{\hspace{2cm}})$	下降高度 $h(\varphi) = R[\underline{\hspace{2cm}}] \sin \varphi$.			
	(c) [以常量 g 和變量 $h(\varphi)$ 表示]	[以常量 g 以及變量 $t(\varphi)$ 和 $h(\varphi)$ 表示]			
	小球速度 $v^2(\varphi) =$ _____	加速度 $a(\varphi) =$ _____			
	[以函數 $\sin \varphi$ 以及變量 $t(\varphi)$ 和 $h(\varphi)$ 表示]	[以參量 $\frac{L}{R}$ 以及變量 φ 和 $\tan \frac{\varphi}{2}$ 表示]			
	$T(\varphi) = mg[\underline{\hspace{2cm}}]$	$T(\varphi) = \frac{2mgR}{t(\varphi)}(x_1 - x_2) \sin \varphi$ 其中 $x_1 =$ _____ 和 $x_2 =$ _____.			
	位置 φ (以精確分數表示)	切線長度 t (精確至小數點 3 位)	下降高度 h (精確至小數點 3 位)	小球速度 v (精確至小數點 3 位)	細繩張力 T (精確至小數點 3 位)
(2)	$\varphi =$ _____ π	$t_i =$ _____ R ,	$h_i =$ _____ R ,	$v_i =$ _____ \sqrt{gR} ,	$T_i =$ _____ mg ;
(3)	$\varphi_{ii} =$ _____ π	$t_{ii} =$ _____ R ,	$h_{ii} =$ _____ R ,	$v_{ii} =$ _____ \sqrt{gR} ,	$T_{ii} =$ _____ mg .
(4)	(a) (直線運動/圓周運動/拋體運動/ 簡諧振動)		(b) (精確至小數點 3 位)		
	_____.		$h_{iii} =$ _____ R 和 $v_{iii} =$ _____ \sqrt{gR} .		