

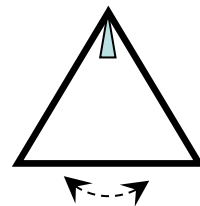
\*第 I 部分是选择题(共32分, 答案唯一), 第 II 部分是简答题(共68分), 全部做在答题纸上\*

\*\* 若有需要 取重力加速度  $g = 10 \text{ ms}^{-2}$  及 重力常数  $G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2/\text{kg}^2$  \*\*

\*\* 若没有特别注明 取所有摩擦力为零 \*\*

第 I 部分 选择题 (16x2 分)

(1) 由三根质量为  $M$ 、长度为  $L$  的相同均匀杆组成一个三角形。它通过顶部的枢轴铰接在垂直平面上, 见图。这个物理摆的小振荡周期是多少?



杆子通过其质心的转动惯量为  $I_{\text{CM}} = \frac{1}{12}ML^2$ 。

- A.  $\sqrt{\frac{3L}{2g}}$  B.  $2\pi\sqrt{\frac{3L}{g}}$  C.  $\pi\sqrt{\frac{3L}{g}}$  D.  $\pi\sqrt{\frac{3ML}{g}}$  E.  $\pi\sqrt{\frac{2\sqrt{3}L}{g}}$

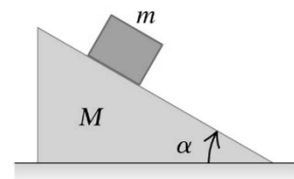
(2) 一辆以  $36 \text{ m/s}$  速度行驶的卡车经过一辆以  $45 \text{ m/s}$  速度朝相反方向行驶的警车。如果警笛相对于警车的频率为  $500 \text{ Hz}$ , 那么当警车接近卡车时, 卡车内的观察者听到的频率是多少? (空气中的声速为  $343 \text{ m/s}$ 。)

- A. 396Hz B. 636Hz C. 361Hz D. 393Hz E. 617Hz

(3) 一颗卫星绕  $X$  行星做圆形轨道运行, 且轨道距离行星表面非常近。要估计行星  $X$  的密度, 我们只需测量:

- A. 卫星的周期 B. 轨道半径 C. 卫星的速度 D. 行星  $X$  的质量 E. 卫星的质量

(4)-(5) 质量为  $M$  的三角楔子置于水平无摩擦的地面上。将质量为  $m$  的木块放在楔子上, 如右图所示。木块和楔子之间没有摩擦力。系统从静止状态释放。给定  $M=3m$  和  $\alpha=45^\circ$



(4) 求三角楔子加速度的大小。

- A.  $g/6$  B.  $g/7$  C.  $g/4$  D.  $g$  E.  $0$

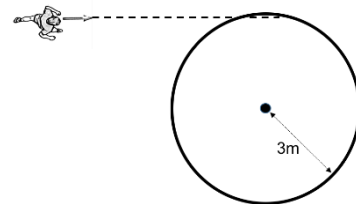
(5) 若当木块滑到地面时, 楔子相对地面的速度为  $1 \text{ m/s}$ 。求木块在楔子上离地面的初始高度(假设木块为无体积的重点)。

- A. 0.60m B. 0.82m C. 1.00m D. 1.05m E. 1.40m

(6) 在一维运动中, 力  $F = -(m/b)v^2$  作用在质量为  $m$  的粒子上, 其中  $v$  是粒子的速度,  $b$  是常数。在  $t = 0 \text{ s}$  时, 该粒子位于  $x = 0 \text{ m}$ 。哪一个为粒子随时间变化的可能位置?

- A.  $x(t) = b \ln\left(\frac{t}{1\text{s}}\right)$  B.  $x(t) = b \ln\left(\frac{t}{1\text{s}} + 1\right)$  C.  $x(t) = b \frac{t/1\text{s}}{2 + (t/1\text{s})^2}$   
D.  $x(t) = \frac{b}{t/1\text{s}}$  E.  $x(t) = b \sin(t/1\text{s})$

(7)-(8) 一个体重  $60 \text{ kg}$  的人以  $5 \text{ m/s}$  的初始速度沿着半径为  $3 \text{ m}$ 、质量为  $100 \text{ kg}$  的固定均匀圆形平台的切线跑步, 如右图所示。平台本来静止, 当人跳上及静止在平台后, 平台绕中心的垂直轴旋转。圆形平台通过其质心的转动惯量为  $I_{\text{CM}} = \frac{1}{2}MR^2$ 。



(7) 求该人跳上平台后系统的角速度。

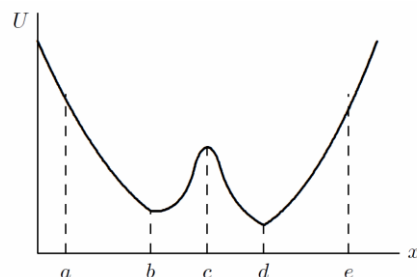
- A.  $0.500 \text{ rad/s}$  B.  $0.250 \text{ rad/s}$  C.  $1.33 \text{ rad/s}$   
D.  $0.909 \text{ rad/s}$  E.  $1.705 \text{ rad/s}$

(8) 找出总机械能的损失。 A. 150J B. 341J C. 257J D. 457J E. 0J

(9)-(10) 两个  $1.0 \text{ kg}$  的粒子以  $(40.0 \text{ ms}^{-1})\hat{i}$  和  $(-20.0 \text{ ms}^{-1})\hat{i}$  的速度沿直线相互移动并发生碰撞。碰撞后, 其中一个粒子以  $30.0 \text{ m/s}$  的速度离开。在碰撞过程中, 两颗粒子共损失了  $100 \text{ J}$  的能量。根据以上情况, 回答以下三个问题。

- (9) 求碰撞后另一个粒子的速度。 A.  $33.2 \text{ m/s}$  B.  $36.1 \text{ m/s}$  C.  $17.3 \text{ m/s}$  D.  $26.8 \text{ m/s}$  E.  $30.0 \text{ m/s}$   
(10) 求碰撞后粒子速度之间的夹角。 A.  $141^\circ$  B.  $105^\circ$  C.  $70.5^\circ$  D.  $96.4^\circ$  E.  $48.2^\circ$

(11) 粒子在  $x = a$  点从静止状态释放, 并根据所示的势能函数  $U(x)$  沿  $x$  轴移动。图中  $U(a) = U(e)$ 。粒子其后的运动为:



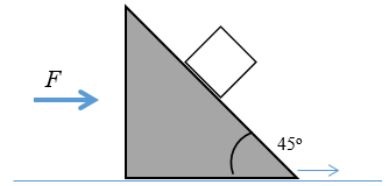
- A. 移动到  $x = e$  左侧的点, 停止并保持静止  
B. 在  $x = a$  及  $x = e$  之间来回移动  
C. 以不同的速度移动到无穷大 ( $x \rightarrow \infty$ )  
D. 移动到  $x = b$ , 并保持静止状态  
E. 移动到  $x = e$ , 然后移动到  $x = d$ , 并保持静止状态

(12) 逃离木星引力的最低速度为  $60 \text{ 公里/秒}$ 。假设木星的半径为  $70,000 \text{ 公里}$ , 那么  $80 \text{ 公斤}$  重的宇航员在木星上的重量是多少? A.  $1029 \text{ N}$  B.  $1371 \text{ N}$  C.  $2057 \text{ N}$  D.  $2742 \text{ N}$  E.  $4114 \text{ N}$

(13) 下列哪一个人必须是非惯性观察者? 将地面视为惯性系。应考虑空气摩擦力。

- I. 一个人的位置被另一个观察者描述为  $y(t) = -\frac{g}{2}t^2$ 。 II. 坐在固定在地面上旋转的旋转木马边缘的人。  
 III. 一个人垂直向上跳跃。而此刻，当人处于最高位置时。  
 IV. 一个人垂直向上跳跃。而此刻，人还在上升的时候。 V. 一个戴着打开的降落伞进行跳伞的人。  
 A. 只有 I, IV 和 V B. 只有 I 和 II C. 只有 I, II, IV 和 V  
 D. 只有 II, III 和 IV E. I, II, III, IV 和 V

(14) 右图所示一个  $3.0\text{kg}$  的三角体，求推动三角体的力  $F$ ，使在三角块上的  $1.0\text{kg}$  方形块不会沿斜面移动。假设所有表面都是无摩擦的。



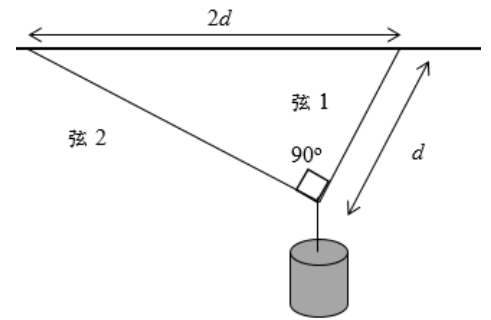
- A.  $15\text{N}$  B.  $20\text{N}$  C.  $25\text{N}$  D.  $40\text{N}$  E.  $45\text{N}$

(15) 一个边长为  $L$  的正方体平稳地漂浮在容器内静止的水中。此时有一半的立方体位于水面以下。再将密度为水四分之一的液体添加到容器中，使立方体完全浸没在液体的表面下，而液体和水不混合，液体留在水上面。添加液体后，立方体从原来的水面上升了多少？

- A.  $L/6$  B.  $L/3$  C.  $L/2$  D.  $L/4$  E.  $L/5$

(16) 一个盒子由两根具有相同线性质量密度的绳子悬挂在天花板上，如右所示。求弦 1 的基频  $f_1$  与弦 2 的基频  $f_2$  之比， $f_1/f_2$ 。

- A.  $\sqrt{3\sqrt{3}}$  B.  $3$  C.  $3\sqrt{3}$  D.  $\sqrt{6}$  E.  $\sqrt{3}/4$



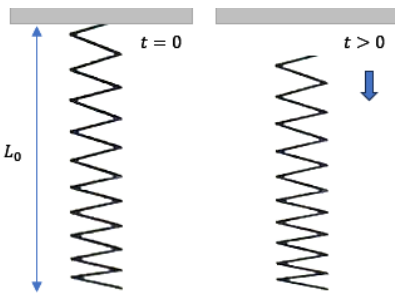
第 II 部分 简答题 (68 分)

(17) [33分] 质量为  $m$  的质点附着在力常数为  $k$  的弹簧上，在粗糙表面上沿  $x$  轴移动。以原点为弹簧自然长度时的位置。

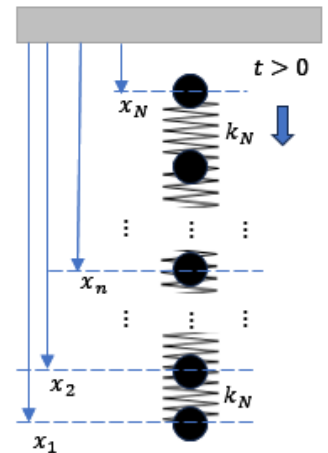
(a) 当  $t=0$  时，粒子在  $x_0 \neq 0$  及静止。假设弹簧力足够大，使得粒子在恒定的摩擦力  $f$  下移动。在时间  $0 \leq t \leq \tau$  内，求  $x(t)$ ，其中  $\tau$  是  $t=0$  后粒子第一次停止的时间。用  $k$ 、 $m$ 、 $f$  和  $x_0$  表达您的答案。[16分]

设静摩擦系数为  $0.03$ ，动摩擦系数为  $0.01$ ， $m = 1\text{kg}$ ， $k = 10\text{N/m}$ ，重力加速度  $g = 10\text{m/s}^2$ 。

- (b) 设  $x_0 = 1\text{m}$ 。使用 (a) 或其他方式，找到粒子永久停止时的最终位置。[8分]  
 (c) 求出粒子的总移动距离。[6分]  
 (d) 求粒子永久停止之前所经过的总时间。[3分]



(18) [35分] 总质量为  $M$  的弹性弹簧在未拉伸时具有均匀的质量分布。其弹簧常数为  $K$ ，为简单起见，假设其自然长度为零。现在它从顶端悬挂起来，并在恒定重力  $g$  下垂直悬挂并达至静止状态。在  $t = 0\text{s}$  时，顶端从静止状态释放，弹簧落下。为了理解它的下落运动，我们可以将弹簧建模为一系列  $N$  个质量为  $m_N$  的相同质量，与  $N-1$  个具有弹簧常数  $k_N$  和零自然长度的相同弹簧连接。如右图中，坐标  $x_1, x_2, \dots, x_N$  分别是距离底部 ( $x_1$ ) 和顶部 ( $x_N$ ) 位置的质量，从天花板开始测量 (向下为正)。在  $t = 0\text{s}$  时， $x_N = 0\text{m}$ 。



- (a) 求  $k_N$ 。答案以  $K$  表示。[2分]  
 (b) 求释放前处于平衡状态的弹簧的总长度  $L_0$ 。答案以  $M, g$  和  $K$  表示。[2分]  
 (c) 应用牛顿第二定律，写出顶部  $x_N$ 、底部  $x_1$  和第  $n$  个质量  $x_n$  的运动方程，而  $1 < n < N$ ，答案以  $m_N, k_N, g$  以及其他质量的坐标  $x_2, x_3, \dots$  (如果需要) 表示。[6分]

现在考虑  $N = 2$ 、 $m_N = 1\text{kg}$  且  $k_N = 1\text{N/m}$  的情况 ( $g = 10\text{ms}^{-2}$ )。

- (d) 求系统质心的加速度。(向下为正) [2分]  
 (e) 求出两个质量随时间变化的距离函数:  $d(t) = x_1(t) - x_2(t)$ 。[5分]  
 (f) 当两个质量碰撞时 (设碰撞时间为  $\tau$ )，设底部质量从  $t=0\text{s}$  的下降距离为  $D_2 = x_1(\tau) - x_1(0) = \gamma L_0$ 。求  $\gamma$  的数值。[6分]

再考虑  $N = 3$  的情况。

- (g) 求出  $m_N$  和  $k_N$ ，使得弹簧的总质量和总弹簧常数  $K$  与  $N=2$  的情况相同。[2分]  
 (h) 求解底部质量随时间变化的位置:  $x_1(t)$ 。提示: 尝试先找出质心的运动方程， $x_1$  和  $x_3$  之间的差的运动方程，及另一个由  $x_1, x_2$  及  $x_3$  的线性组合组成的量的运动方程。[8分]  
 (i) 底部质量经过 (f) 部分中的  $\tau$  时间后，求下降的距离  $D_3 = x_1(\tau) - x_1(0)$ 。再比较  $D_3$  及在 (f) 部分所得距离  $D_2$ ，看看哪一个比较小。[2分]

无需回答: 对于更大的  $N$ ，模型能更准确地描述实际弹簧。您认为实际弹簧底部的运动会有什么特别? [不计分]



简答: (請自行决定是否需要写出简要过程。)

得分: (35)

答案: (以下必须填写)

18(a)	$k_N =$	(写出含 $N$ 和 $K$ 的表达式)	/2
18(b)	$L_0 =$	(写出含 $M, g$ 和 $K$ 的表达式)	/2
18(c)		(写出含 $m_N, k_N, g$ 以及其他质量的坐标 $x_2, x_3, \dots$ (如果需要)的表达式)	/6
18(d)	系统质心的加速度 =		/2
18(e)	$d(t) =$		/5
18(f)	请写出主要步骤          $\gamma =$		/6
18(g)	$m_N =$	$k_N =$	/2
18(h)	请写出主要步骤          $x_1(t)$		/8
18(i)	$D_3 =$	; _____ 比较小。	/2