

第19届泛珠三角物理奥林匹克暨中华名校邀请赛力学基础试 试题

2023年 1月 29日 9:30 - 12:30

第 I 部分是选择题(共32分, 答案唯一), 第 I I 部分是简答题(共68分), 全部做在答题纸上

** 若有需要 取重力加速度 $g = 10 \text{ ms}^{-2}$ **

第 I 部分 选择题 (16x2 分)

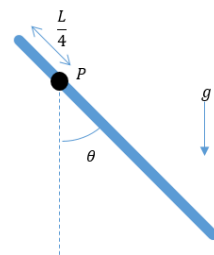
问题(1)和(2)关注同样的情况。质量为 M 、长度为 L 的均匀细杆可以在枢轴 P 处自由转动, 如下图所示。杆子通过其质心的转动惯量为 $I_{CM} = \frac{1}{12}ML^2$ 。

(1) 求杆在松开瞬间的角加速度大小。

- A. $\sin \theta \frac{g}{L}$ B. $3 \sin \theta \frac{g}{L}$ C. $3 \frac{g}{L}$ D. $\frac{12}{7} \sin \theta \frac{g}{L}$ E. $\frac{3}{4} \sin \theta \frac{g}{L}$

(2) 已知初始角度 $\theta = 45^\circ$ 及 $L = 1\text{m}$ 。求当杆垂直时杆的角速度。忽略问题中的摩擦力。

- A. 3.14 rad/s B. 9.84 rad/s C. 5.76 rad/s D. 2.89 rad/s E. 1.25 rad/s

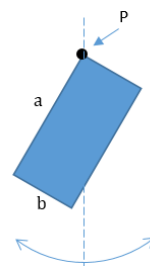


(3) 一个弹簧常数为 200N/m 的弹簧垂直悬挂在天花板上。弹簧的下端附有一个 1 公斤的质量块。 1 千克质量最初处于静止状态。在时间 $t = 0 \text{ s}$ 时, 一块 1 千克的粘土粘附到原来的 1 千克质量块上。此组合质量 (1 千克质量和 1 千克粘土块) 开始从静止状态一起振荡。此振幅和频率为:

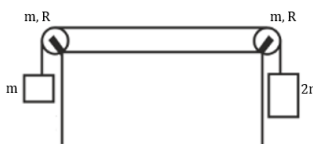
- A. $0.05\text{m}, 1.6 \text{ s}^{-1}$ B. $0.1\text{m}, 1.6 \text{ s}^{-1}$ C. $0.1\text{m}, 4.5 \text{ s}^{-1}$ D. $0.05\text{m}, 4.5 \text{ s}^{-1}$ E. $0.05\text{m}, 3.1 \text{ s}^{-1}$

(4) 质量为 M 、尺寸为 $a \times b$ 的均匀矩形薄板垂直悬挂在其一个角的枢轴 P 点上, 这样它可以在其自身平面内绕枢轴自由旋转。如果它偏离平衡点一个小角度, 板将进行简谐运动。垂直于板子并通过其质心的转动惯量为 $I_{CM} = \frac{1}{12}M(a^2 + b^2)$ 。简谐运动的周期为

- A. $2\pi \sqrt{\frac{2}{g}} (a^2 + b^2)^{\frac{1}{4}}$ B. $2\pi \sqrt{\frac{2}{3g}} (a^2 + b^2)^{\frac{1}{4}}$ C. $2\pi \sqrt{\frac{1}{3g}} (a^2 + b^2)^{\frac{1}{4}}$
D. $2\pi \sqrt{\frac{2}{g}} (a^2 + b^2)^{\frac{1}{2}}$ E. $2\pi \sqrt{\frac{2M}{3g}} (a^2 + b^2)^{\frac{1}{4}}$

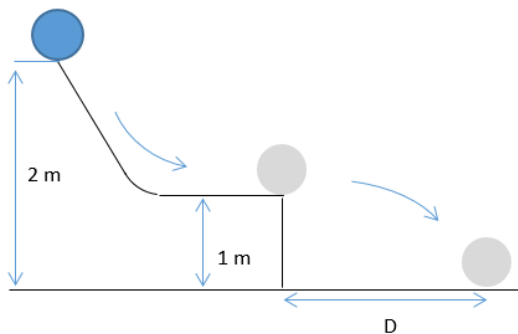


(5) 考虑如下图所示的滑轮和质量系统。两个滑轮是相同的均匀圆柱圆盘, 质量为 m , 半径为 R 。质量在重力作用下释放。假设绳子不会在滑轮上滑动。求质量为 $2m$ 的加速度。



- A. $g/3$ B. $g/2$ C. g D. $g/5$ E. $g/4$

(6)-(7) 一个半径为 $r = 20 \text{ cm}$ 的均匀实心球体沿斜坡滚动而不会打滑, 从静止状态滚落。斜坡的底部连接到一个水平平台, 如下图所示。球最终从平台上掉下来并在距离 D 处撞击地面。忽略空气摩擦。通过实心球体质心的转动惯量为 $I_{CM} = \frac{2}{5}Mr^2$ 。实心球体的质量为 M 。



(6) 求 D 的数值。

- A. 1.5 m B. 2.1 m C. 1.7 m D. 2.8 m E. 2.4 m

(7) 求出球体刚好在撞击地面之前的角速度。

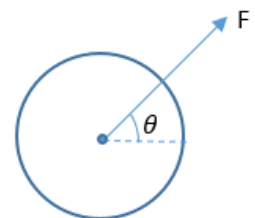
- A. 12.5 rad/s B. 18.9 rad/s C. 20.8 rad/s
D. 22.1 rad/s E. 26.5 rad/s

(8) 哈雷彗星的轨道周期为 75.2 年, 其与太阳的最大距离与最小距离之比 (即远日点与近日点之比) 为 60.0 。它到太阳的最大距离是多少? 太阳质量为 $1.99 \times 10^{30} \text{ kg}$ 。

- A. $1.13 \times 10^{10} \text{ km}$ B. $2.22 \times 10^{10} \text{ km}$ C. $1.25 \times 10^9 \text{ km}$ D. $2.67 \times 10^9 \text{ km}$ E. $5.24 \times 10^9 \text{ km}$

(9) 一个大小为 F 的力施加在车轮的质心处。力与水平面成 θ 角。车轮在地面上滚动而不打滑。设 m 为车轮的质量; I_{CM} 为穿过其质心的轴的转动惯量; R 为车轮的半径。找出地面和车轮表面之间的静摩擦系数 μ_s 的最小值。

- A. $\frac{I_{CM} F \cos \theta}{(mg - F \sin \theta)(mR^2 - I_{CM})}$ B. $\frac{I_{CM} F \cos \theta}{(mg + F \sin \theta)(mR^2 - I_{CM})}$ C. $\frac{I_{CM} F \cos \theta}{mg(mR^2 + I_{CM})}$
D. $\frac{I_{CM} F \cos \theta}{(mg - F \sin \theta)(mR^2 + I_{CM})}$ E. $\frac{I_{CM} F \cos \theta}{(mg - F \cos \theta)(mR^2 + I_{CM})}$



(10) 一首航天船最初沿着绕地球以圆形轨道运行，轨道周期为 T 。它的火箭沿轨道切线方向短暂发射，然后关闭。随后，航天船进入周期为 $8T$ 的椭圆轨道。设 v_H 和 v_L 分别为航天船在新轨道上的最高和最低速度。比值 $\frac{v_H}{v_L}$ 是： A. 8 B. 7 C. 2 D. 4 E. 5

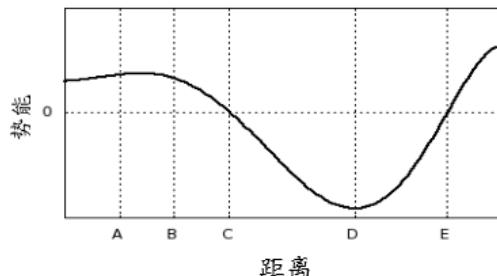
(11) 一根质量为 m 、长度为 L 的均匀绳索垂直悬挂在天花板上。一个横波沿着绳索长度传递所需的时间 t 为：

- A. $t = 2\sqrt{\frac{L}{g}}$ B. $t = \sqrt{\frac{2L}{mg}}$ C. $t = \sqrt{\frac{L}{g}}$ D. $t = \sqrt{\frac{L}{mg}}$ E. $t = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{L}{g}}$

(12) 一辆正在追赶罪犯车辆的警车以 30.00 m/s 的速度向东行驶，并发出频率为 2800 Hz 的警报器。罪犯的车在警车前面，以 15.00 m/s 的速度向东行驶。已知空气中的声速为 344.0 m/s ，求罪犯听到警笛的频率。

- A. 3201 Hz B. 2812 Hz C. 2934 Hz D. 2672 Hz E. 2463 Hz

(13) 右图中的曲线显示了一个粒子的势能，由于另一个粒子施加在它上面的力，作为距离的函数。图中在哪个标记点处，作用在粒子上的力的大小最大？ A. A点 B. B点 C. C点 D. D点 E. E点



(14) 当某根橡皮筋被拉伸一段距离 x 时，它会产生一个回弹力 $F = -ax - bx^2$ ，其中 a 和 b 是常数。为了将这个橡皮筋从 $x = 0$ 拉伸到 $x = L$ 应该做多少功？

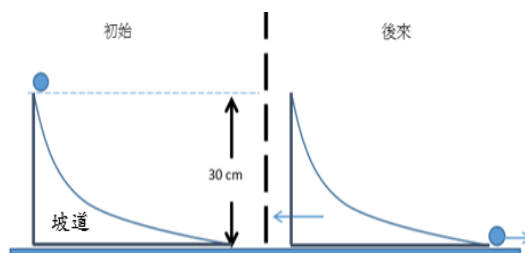
- A. $aL^2 + bLx^3$ B. $aL + 2bL^2$ C. $-a - 2bL$
D. $-aL^2/2 - bL^3/3$ E. $aL^2/2 + bL^3/3$

(15) 一个 10 公斤 重的球最初静止在一个 10 公斤 重的弯曲坡道的顶部。坡道放置在结冰的表面上。然后球被释放并沿着坡道从顶部滑到底部。当球离开坡道时，坡道的速度是多少？忽略任何表面之间的所有摩擦和球的惯性矩。

- A. 2.9 m/s B. 5.2 m/s C. 1.7 m/s D. 8.1 m/s E. 9.8 m/s

(16) 考虑一个尺寸为 $A \times H$ 的均匀矩形盒子漂浮在水面上。盒子平行于水面的面积为 A ；水的密度为 ρ 。盒子的密度为 $\rho/2$ 。求该盒子在水面上漂浮简谐振动的周期。

- A. $2\pi\sqrt{\frac{g}{H}}$ B. $2\pi\sqrt{\frac{H}{2g}}$ C. $2\pi\sqrt{\frac{H}{g}}$ D. $2\pi\sqrt{\frac{4H}{5g}}$ E. $\pi\sqrt{\frac{H}{g}}$



第 II 部分 简答题 (68 分)

(17) 考虑雨滴的形成是因为小水滴在均匀重力下通过具有均匀密度 ρ_v 的水蒸气介质时，与其通过的水蒸气结合形成更大的雨滴，并获得质量。假设雨滴是球形的及具有均匀的密度 ρ_w ，并只需考虑重力及水滴与水蒸气结合时的相互作用。

(i) 求当速度为 v 时，雨滴半径 r 的变化率 $\dot{r} = \frac{dr}{dt}$ 。

(ii) 用衡量—动量定理去证明 $\frac{\rho_v}{\rho_w} g r = 12 \dot{r}^2 + 4 r \ddot{r}$ 。註： $\ddot{r} = \frac{d^2 r}{dt^2}$

(iii) 設 $r = kt^2$ 为(ii)部份等式的解，找出常数 k 的数值。

(iv) 求雨滴速度随时间的变化 $v(t)$ ，假设初始($t = 0$)时 $r_0 = 0$ 及 $v_0 = 0$ 。

(v) 假设一点 1 克 的雨滴是由无穷小的水滴($m_0 \sim 0$)落下 1 km 而渐渐形成的。求这 1 克 雨滴总机械能量的损失。(提示：雨滴落下时扫过的体积是近似什么几何形状。)

(18) 一根均匀的细杆子最初垂直竖立($\theta = 0^\circ$)在粗糙的水平桌子上。它被轻轻碰了一下，然后向右掉落。杆子的质量为 M 、长度为 L 、对接触点 P 的转动惯量为 $I_P = \frac{1}{3}ML^2$ 及其与工作台的静摩擦系数为 μ_s 。本题目的在找出杆子与桌的接触点 P 会否在掉落过程中滑动。

(i) 当 P 点不滑动时，求杆质心此时的加速度矢量 \vec{a}_{CM} 以 $L, \theta, \dot{\theta}$ 及 $\ddot{\theta}$ 表示。

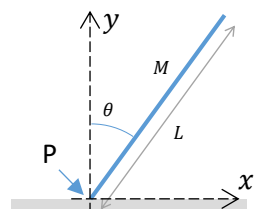
註： $\dot{\theta} = \frac{d\theta}{dt}$, $\ddot{\theta} = \frac{d^2\theta}{dt^2}$

(ii) 用 θ, g, L 来表示 $\dot{\theta}$ 及 $\ddot{\theta}$ 。

(iii) 假设点 P 从不滑动，求杆和桌子之间作用在杆子的摩擦力作为 θ 的函数 $f(\theta)$ 。以向右为正，左为负。

(iv) 假设点 P 从不滑动，求桌子对杆子的正向力作为 θ 的函数 $n(\theta)$ 。以向上为正，下为负。

(v) 找出 μ_s 使得在杆子掉落时 P 点会分别(甲)向右滑动及(乙)向左滑动的数值范围。



编号: _____ 姓名: _____ 学校: _____ 年级: _____ 得分: ____/100 分

2023 年第 19 届泛珠赛力学基础试 答题纸 (1 月 29 日)

第 I 部分 选择题 (16×2 分)

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16

第 II 部分 简答题 (68 分)

简答: (请自行决定是否需要写出简要过程。)

得分:(30)

答案: (以下必须填写)

17(i)	$\dot{r} =$ (写出含常量 g, ρ_v, ρ_w 和 v 的表达式)	/4
17(ii)	请写出主要步骤	/8
17(iii)	$k =$ (写出含常量 g, ρ_v 和 ρ_w 的表达式)	/4
17(iv)	$v(t) =$ (写出含常量 g, ρ_v 和 ρ_w 的表达式)	/4
17(v)	雨滴落下时扫过的体积近似什么几何形状: _____ 设 1 克水滴落下到 1 km 后的位置的重力势能为 $U = 0$. (精确到三位有效数字) 水滴为水蒸气时的总机械能 = _____ J /4 水滴落到 1 km 下的总机械能 = _____ J /2 总机械能量的损失 = _____ J /2	/2

简答: (請自行决定是否需寫出簡要過程。)

得分: (38)

答案: (以下必須填寫)

18(i)	$\vec{a}_{CM} =$	(寫出含 $L, \theta, \dot{\theta}, \ddot{\theta}, \hat{i}$ 和 \hat{j} 的表达式)	/4
18(ii)	$\dot{\theta} =$ $\ddot{\theta} =$	(寫出含 g, L 和 θ 的表达式)	/6 /6
18(iii)	$f(\theta) =$	(寫出含 m, g, L 和 θ 的表达式)	/6
18(iv)	$n(\theta) =$	(寫出含 m, g, L 和 θ 的表达式)	/6
18(v)(甲)	杆子掉落時 P 點會向 右 滑動, μ_s 的數值範圍: (精確到三位有效數字)		/5
18(v)(乙)	杆子掉落時 P 點會向 左 滑動, μ_s 的數值範圍: (精確到三位有效數字)		/5