

# 答案上載

<http://panpearl.phys.ust.hk>

# 卷一

1. U形玻璃管: 5.5 / 9
  2. 杆上的虫子: 2.7 / 11
  3. 在导电管内下落的磁铁: 4.5 / 10
  4. 两块板之间的热通量: 2.7 / 10
- 总分: 15.3 / 30 (去年: 25.2 / 45)

# 卷二

1.引力波: 13.6 / 26

1A. 引力波的间接证据: 6.7 / 9

1B. 引力波的发现: 4.7 / 7

1C: 引力波和物质的相互作用: 2.4 / 10

2. 同步现象: 8.5 / 34

2A: 单摆: 6.6 / 23

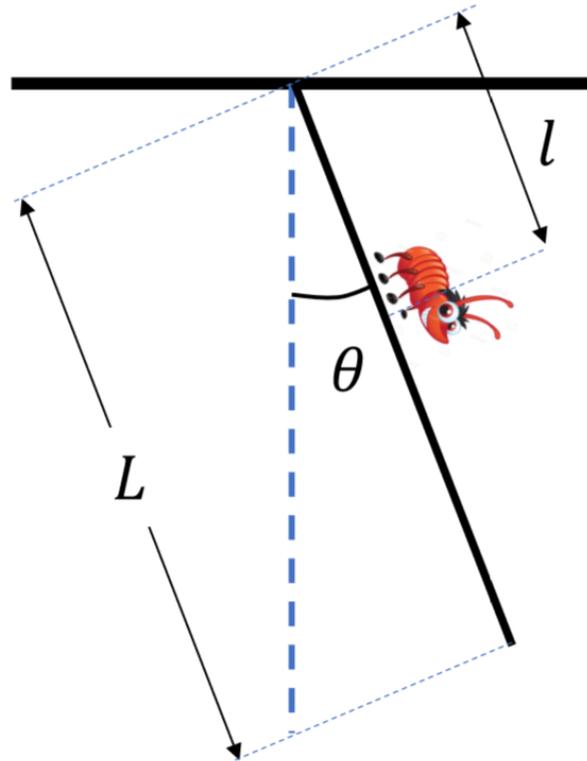
2B: 电网: 2.0 / 11

总分: 22.1 / 60 (去年: 15.8 / 55)

# 卷一和卷二

- 总分: 37.4 / 100 (去年: 40.9 / 100)

# 卷一 2. 杆上的虫子

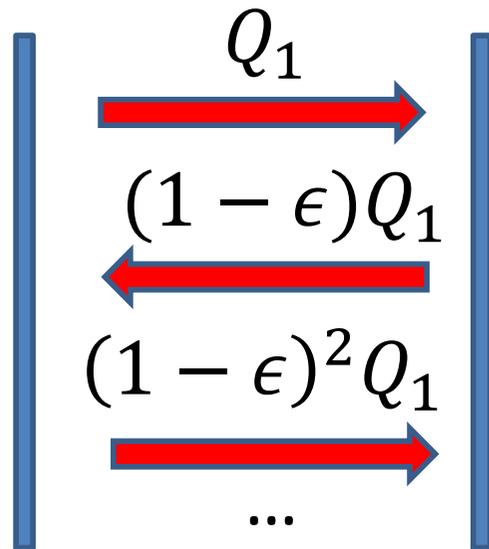


- 虫子透过摩擦力做功
- $\theta_0 = \left(\frac{3}{10}\right)^{1/4} \theta_i$

# 卷一 4. 两块板之间的热通量

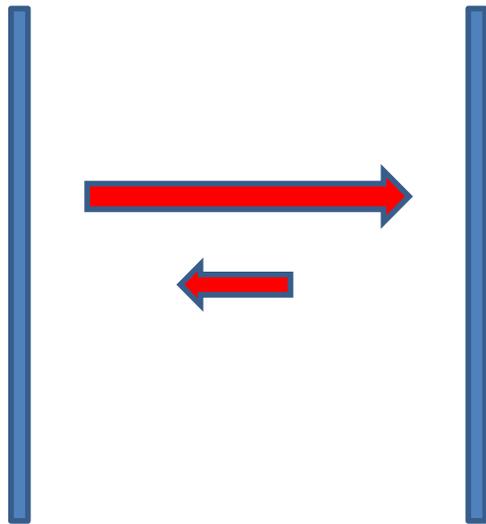
(a) 辐射

- 比辐射率  $\epsilon$
- $P \approx \epsilon\sigma(T_1^4 - T_2^4)$
- 精确解  $P = \frac{\epsilon\sigma(T_1^4 - T_2^4)}{2 - \epsilon}$



# 卷一 4. 两块板之间的热通量

(b) 气体传导（低密度）



$$\langle \Delta E \rangle = \frac{1}{2} m v_1^2$$

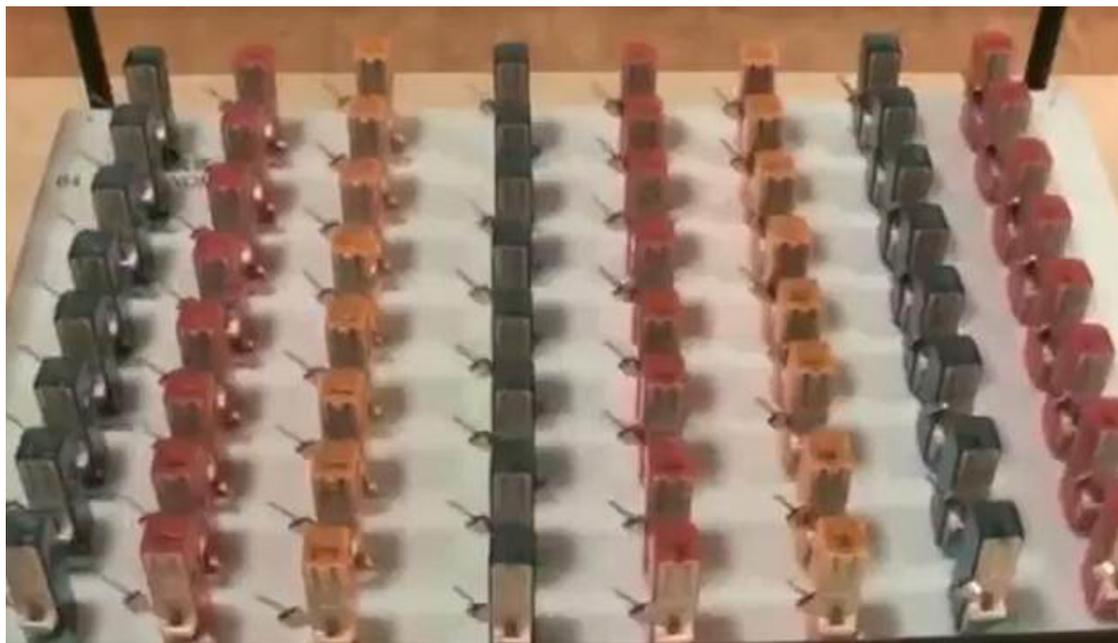
$$\Delta t = \frac{L}{v_{1x}} + \frac{L}{v_{2x}} \approx \frac{L}{v_{2x}}$$

$$P = \frac{\Delta E}{\Delta t} = \frac{m}{2L} v_1^2 v_{2x} (n N_A A L)$$

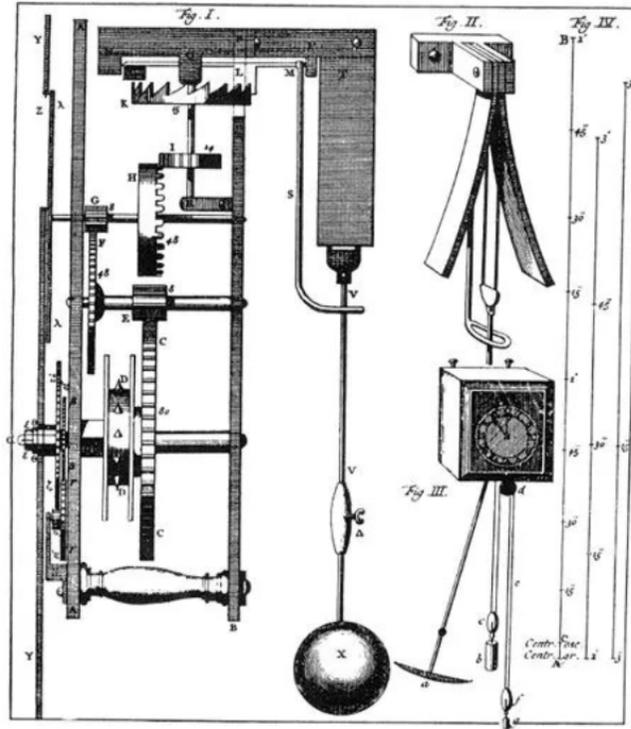
$$\langle P \rangle = \frac{n}{2} \frac{R^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{M}} T_1 \sqrt{T_2}$$

# 同步现象

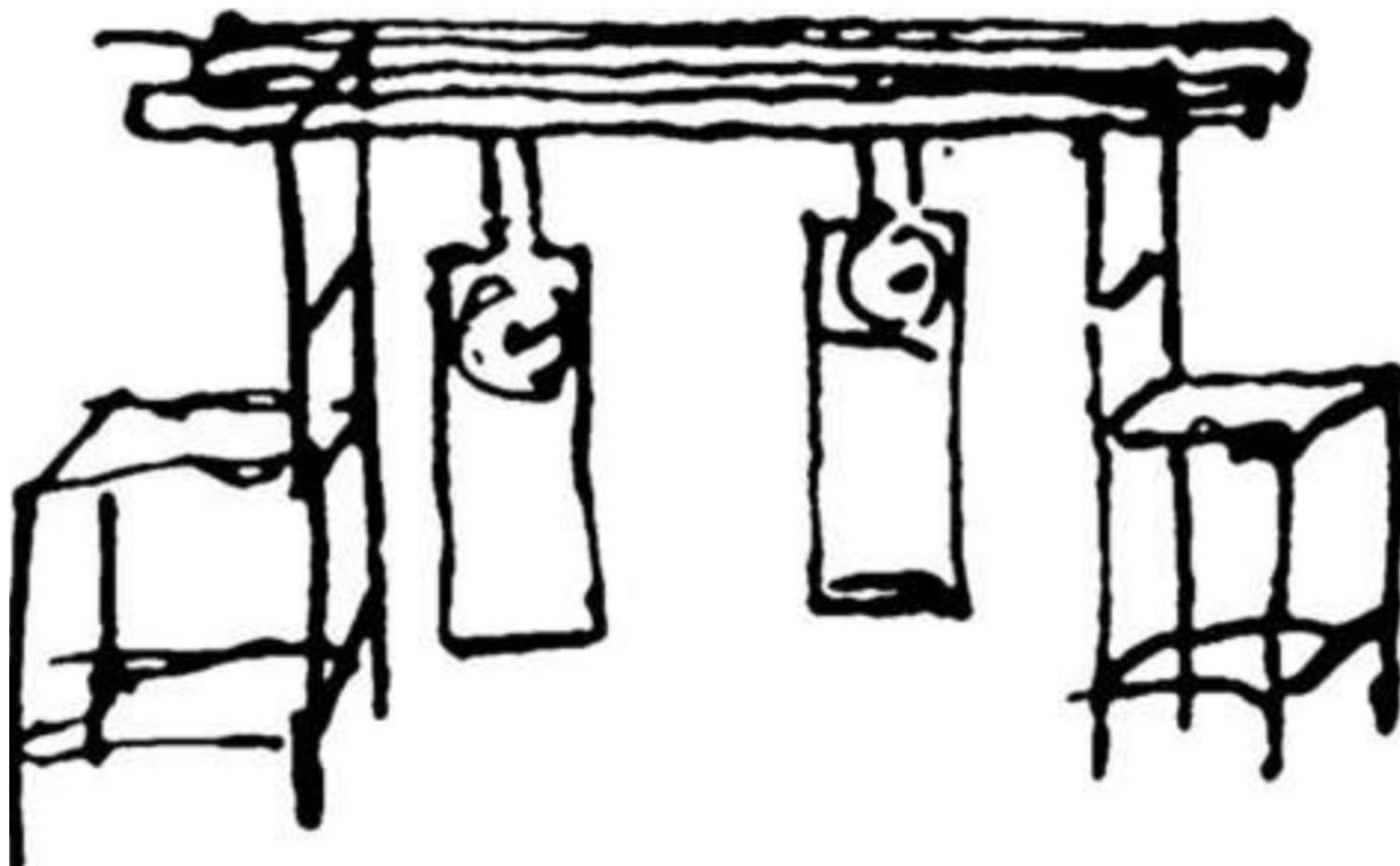
- 百度: 节拍器同步



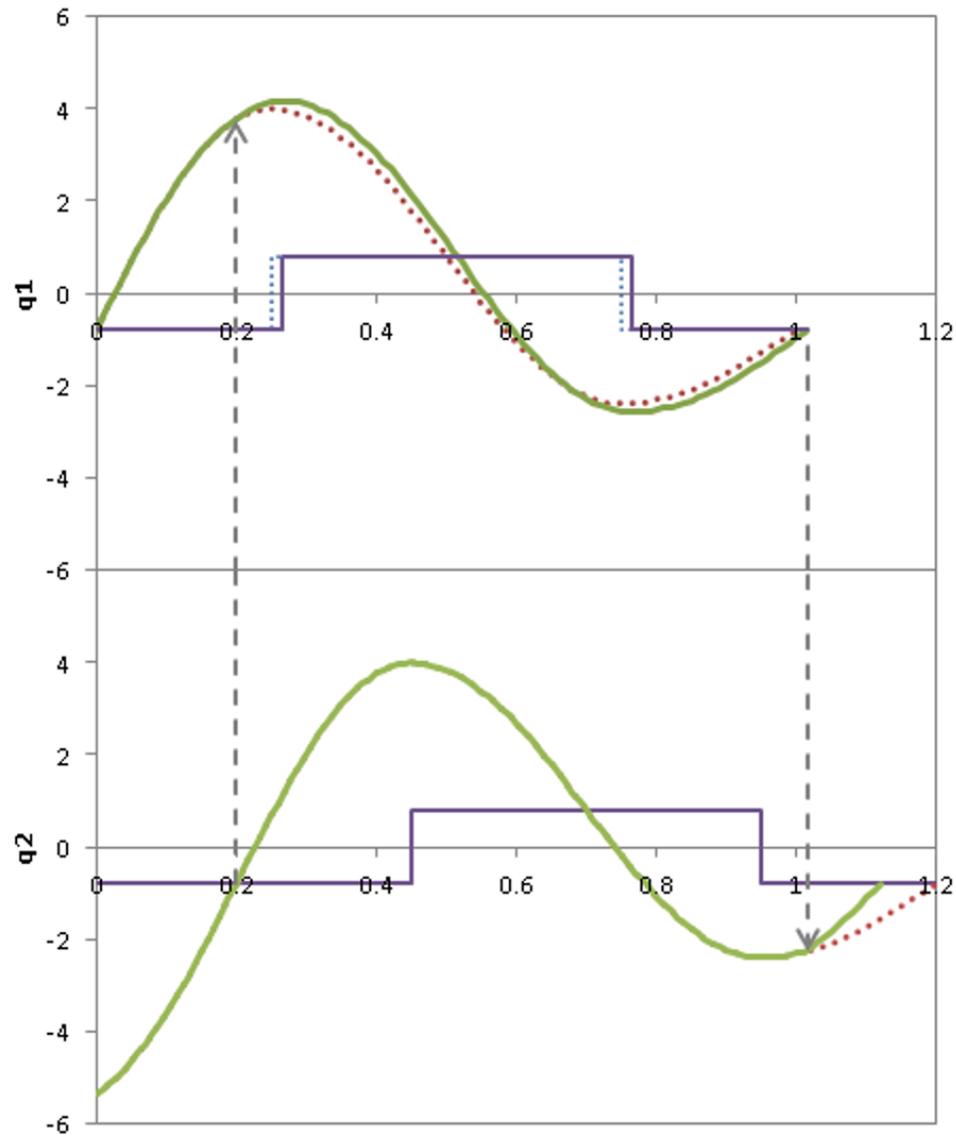
# 克里斯蒂安·惠更斯



# 两个钟摆的同步



# 钟摆模型：相差收窄



# 电网

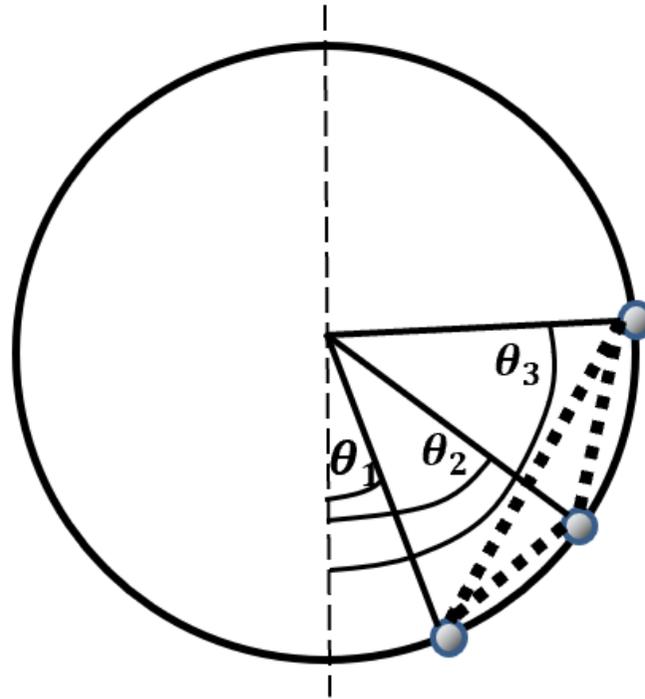


B1

从节点1传输到节点2的时间平均功率

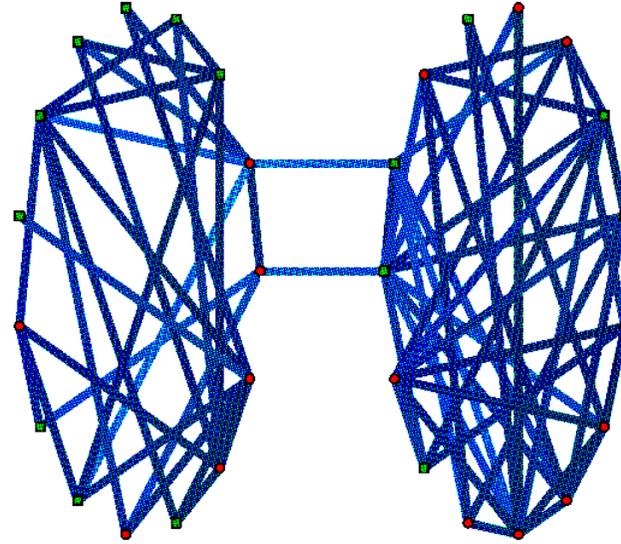
$$= \frac{V^2}{2\omega^2 L} \sin(\theta_1 - \theta_2)$$

# B3 藕合振荡器网络



藕合振荡器	$I\ddot{\theta}_j$	$R^2 b\dot{\theta}_j$	$RF_j$	$kR^2 \sin(\theta_k - \theta_j)$
电网	$I\ddot{\theta}_j$	$\kappa\dot{\theta}_j$	$\frac{P_j}{\omega} - \frac{\kappa}{2}\omega$	$\frac{V^2}{2\omega^2 L} \sin(\theta_k - \theta_j)$

# 节点间的相差不能太大



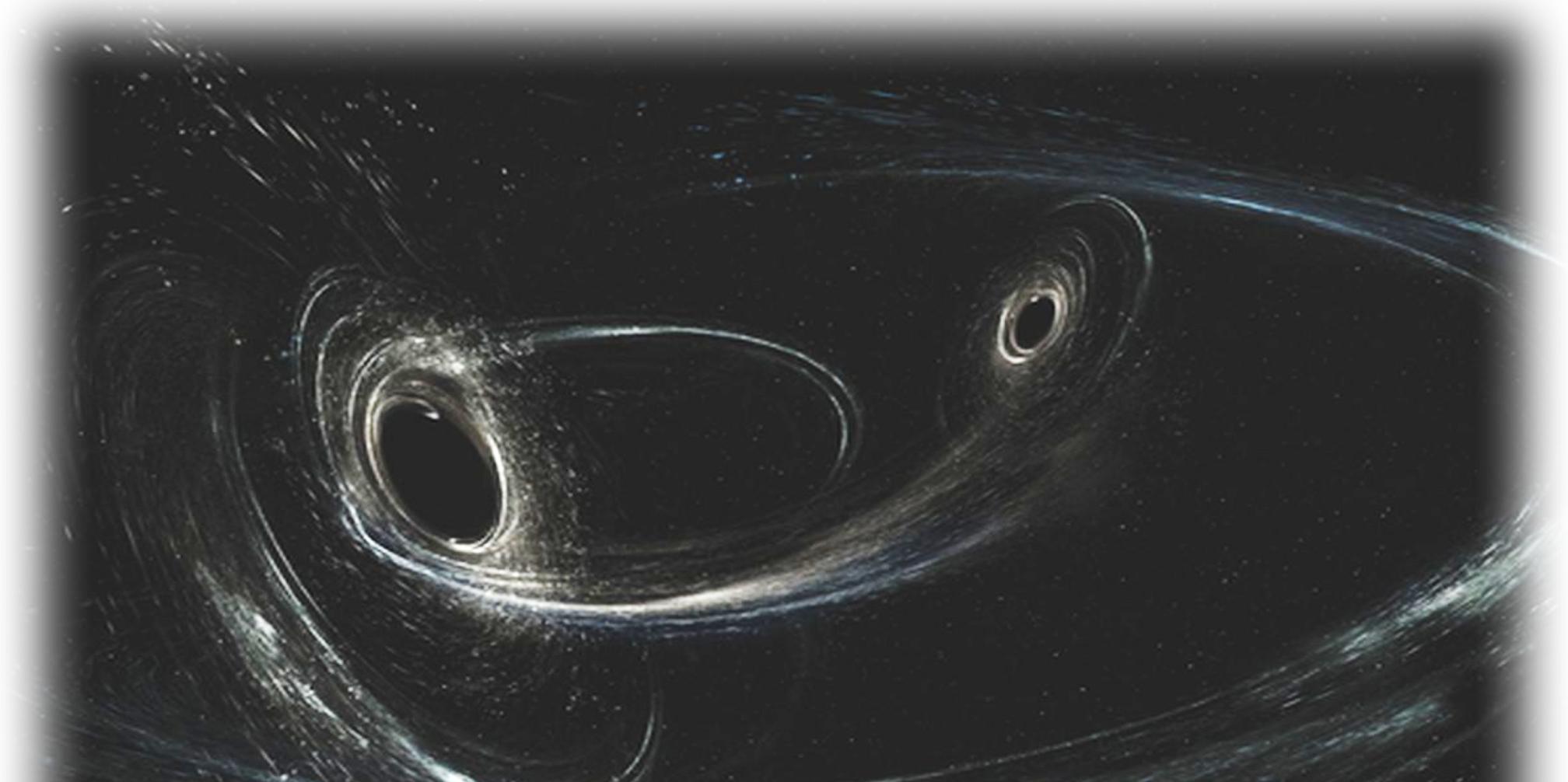
B4

B5

$$\text{相差} = \arcsin \left( \frac{2\omega LP}{N_g V^2} \right)$$

$$N_g \geq \frac{2\omega LP}{V^2}$$

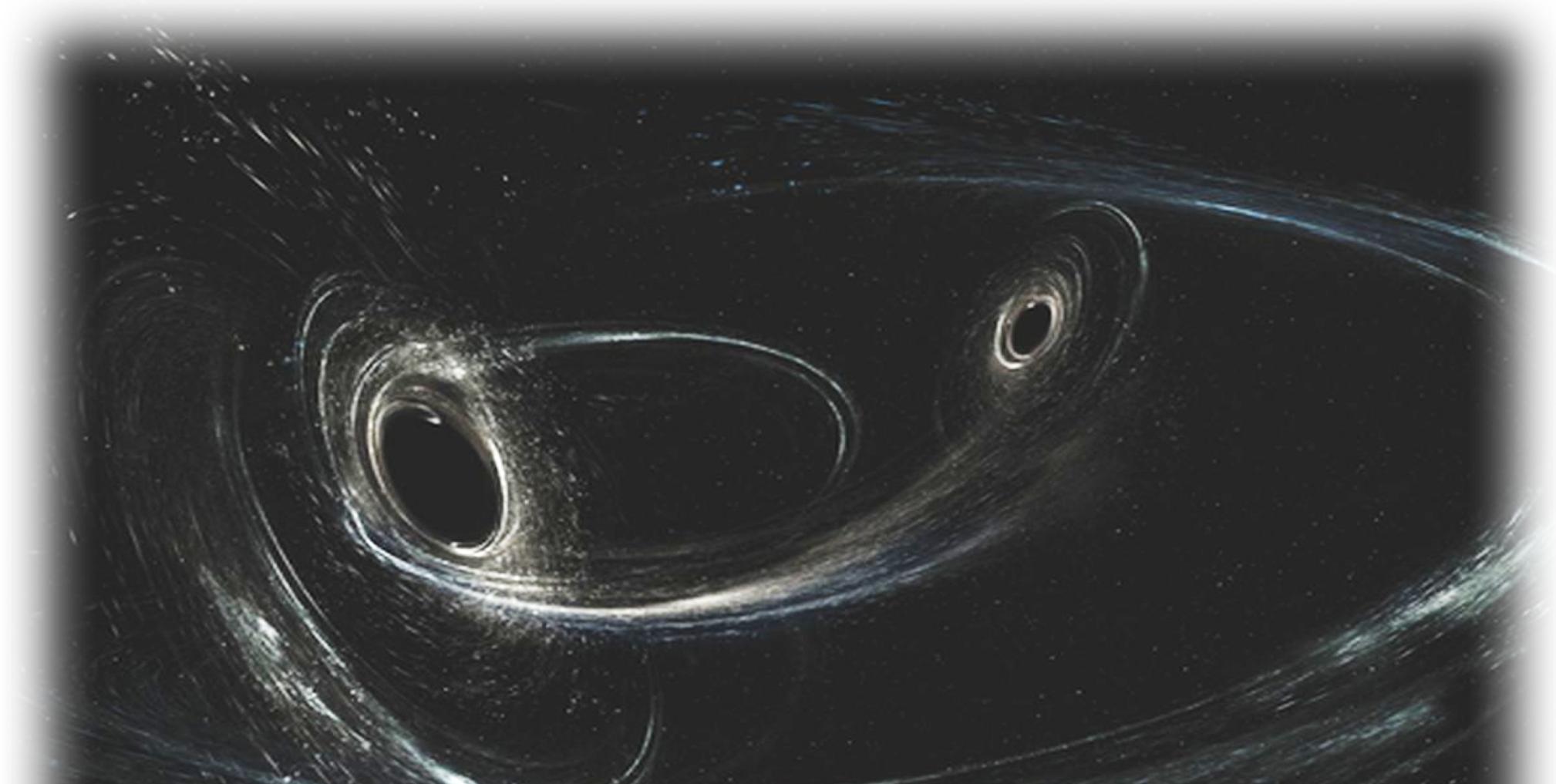
PHOTOGRAPH BY JAMES HANCOCK FOR NATIONAL GEOGRAPHIC



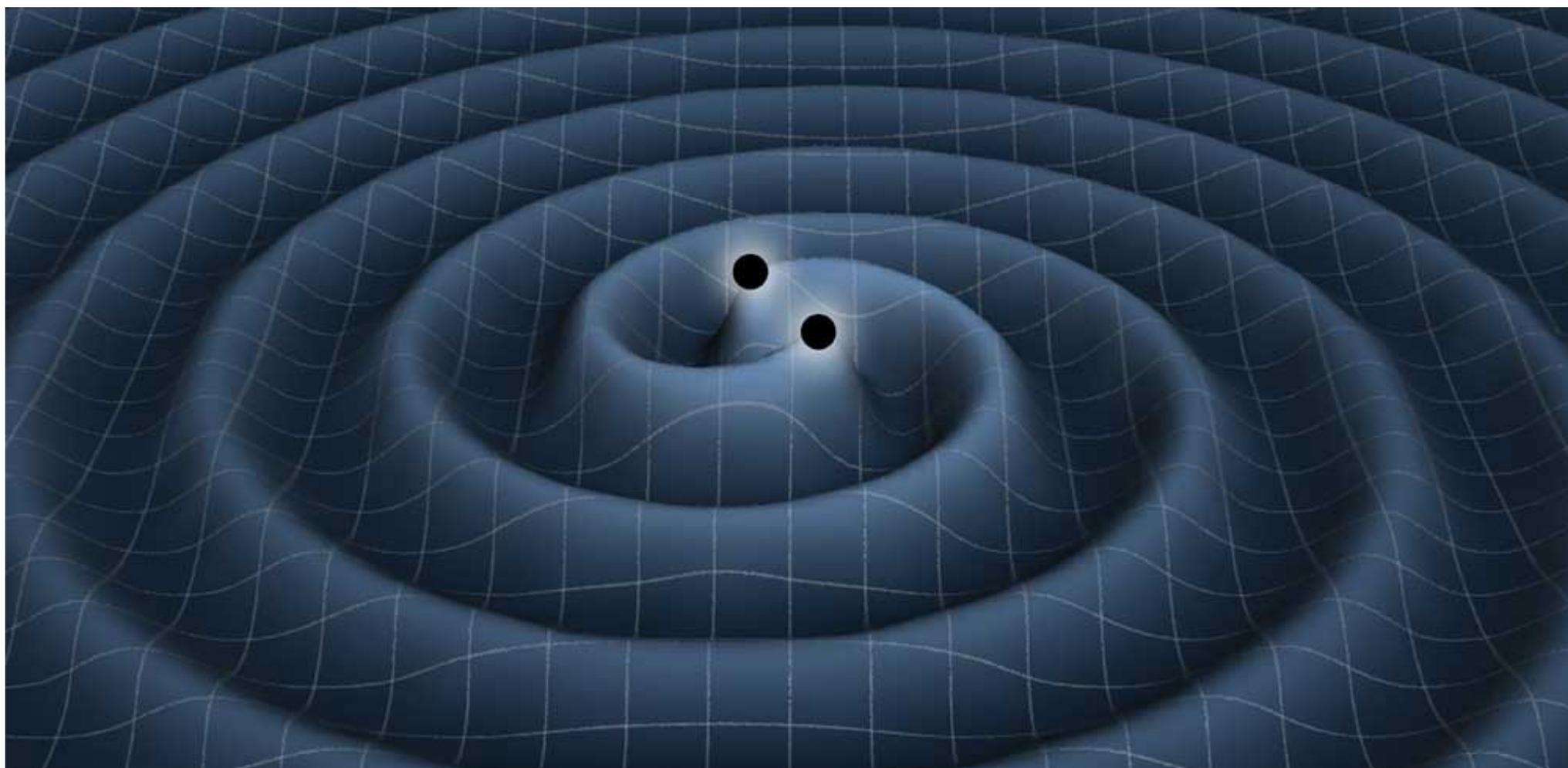
2019 年泛珠三角及中华名校物理奥林匹克邀请赛

卷二 第一题 引力波

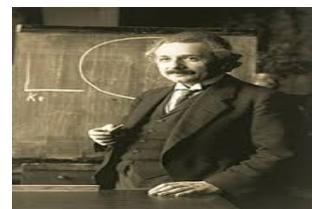
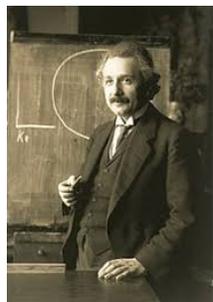
王一 香港科技大学物理学系 2019 年 2 月



1916 : 爱因斯坦预言引力波存在



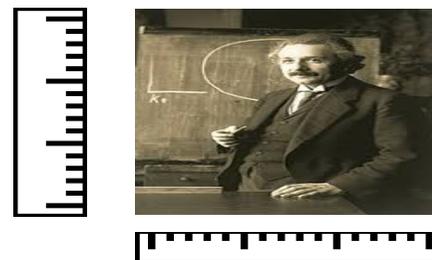
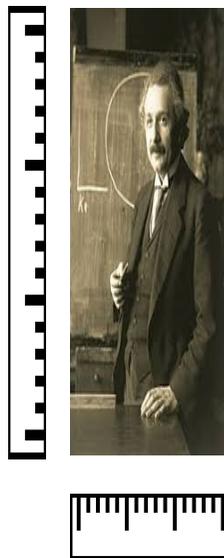
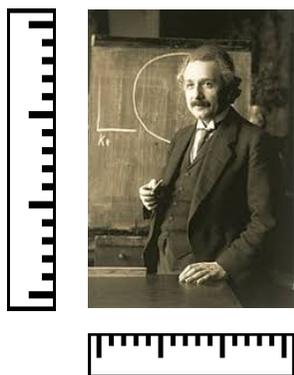
1916 : 爱因斯坦预言引力波存在



1916 : 爱因斯坦预言引力波存在



老师，引力波存在吗？



1916 : 爱因斯坦预言引力波存在

1922 : 爱丁顿 : 引力波不存在

1936 : 爱因斯坦、罗森 : 引力波不存在

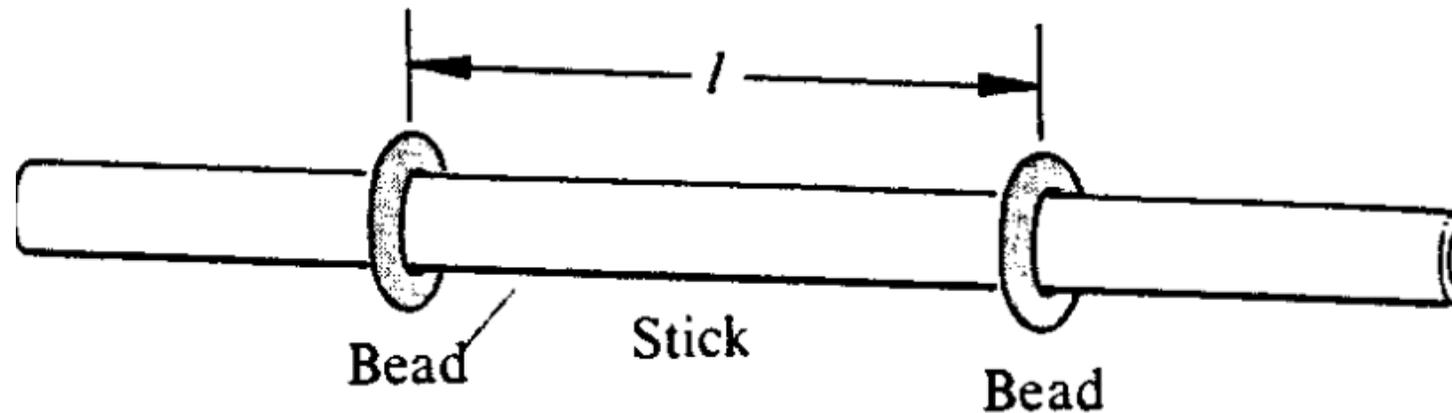
1957 :

1916 : 爱因斯坦预言引力波存在

1922 : 爱丁顿 : 引力波不存在

1936 : 爱因斯坦、罗森 : 引力波不存在

1957 : 费曼赶猪(划掉)杆珠思想实验

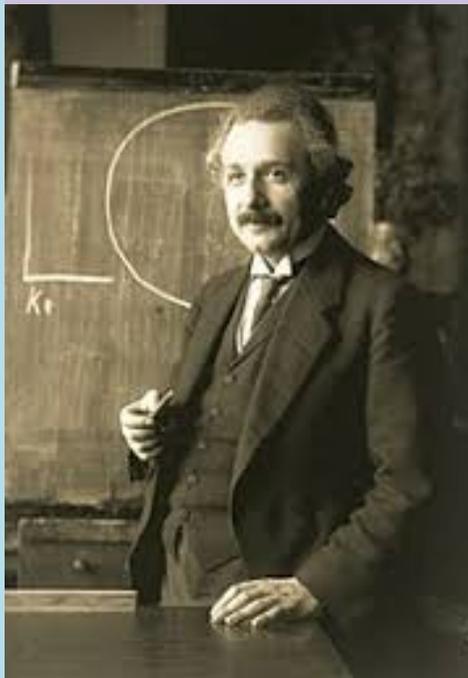


鄙

引力专家

费曼

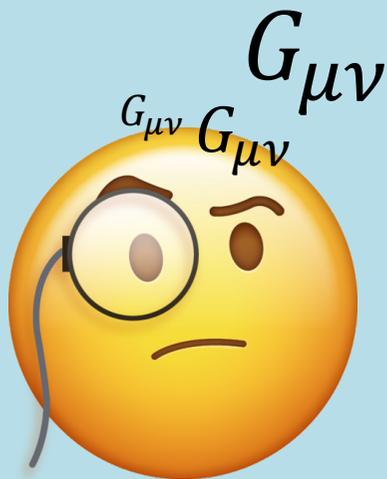
引力专家  
眼里的

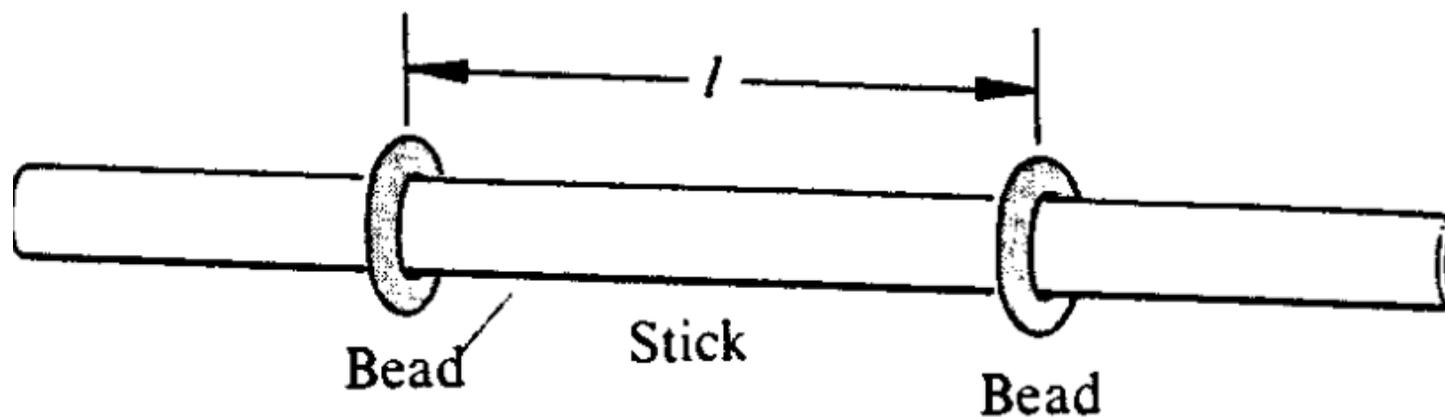


Mr.



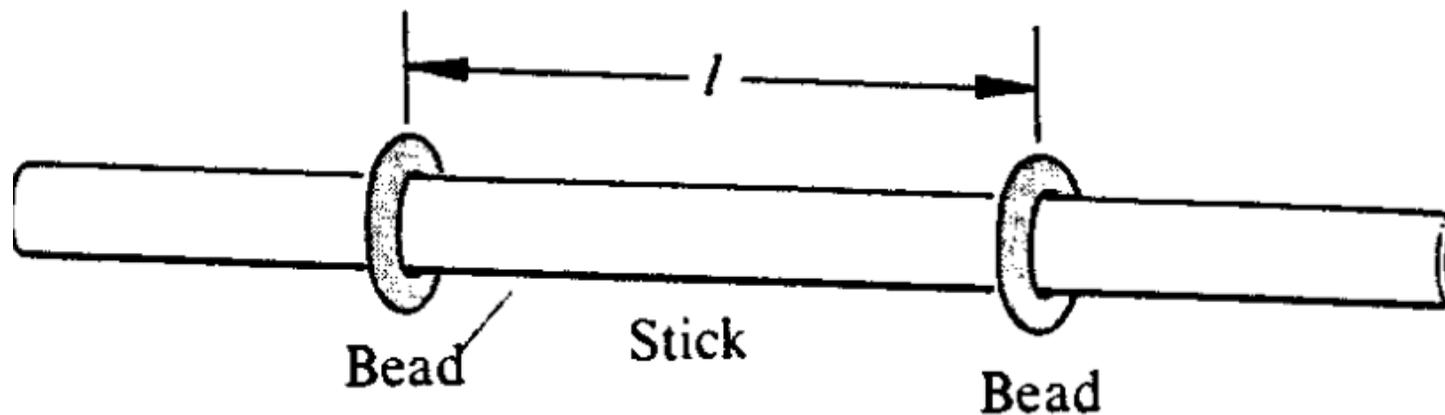
费曼  
眼里的





珠如何运动？ —— 自由粒子响应引力波

杆如何运动？ —— 弹性介质响应引力波



珠如何运动？ —— 自由粒子响应引力波

杆如何运动？ —— 弹性介质响应引力波

杆是连续的，计算复杂。

简化：粒子连弹簧（C部分）

牛顿力学近似：周期力，正比于  $\sin(\omega_{GW}t)$

没给比例系数

牛顿力学近似：周期力，正比于  $\sin(\omega_{GW}t)$

没给比例系数：故意的

自由粒子（珠）的响应： $r(1 - A) \sim r(1 + A)$

$$F_0 \sin(\omega_{GW}t) = m\ddot{x}$$

$$x = \frac{r}{2} - \frac{F_0 \sin(\omega_{GW}t)}{m \omega_{GW}^2} \text{ 取值范围为 } r(1 - A) \sim r(1 + A)$$

$$\text{于是求得比例系数： } F_0 = \frac{Ar}{2} m \omega_{GW}^2$$

“杆”的三种情况：

1.  $k \gg m \omega_{GW}^2$  , 引力波给系统缓慢的力：胡克定律

2.  $k \ll m \omega_{GW}^2$  ,  $k$  可以看成扰动来计算

简化：对称性，弹簧中点不动（ $k_{\text{half}} = 2k$ ）

3.  $k = m \omega_{GW}^2/2$  , 共振，振幅随时间增长

“杆”的三种情况：

1.  $k \gg m \omega_{GW}^2$ ，引力波给系统缓慢的力：胡克定律

2.  $k \ll m \omega_{GW}^2$ ， $k$ 可以看成扰动来计算

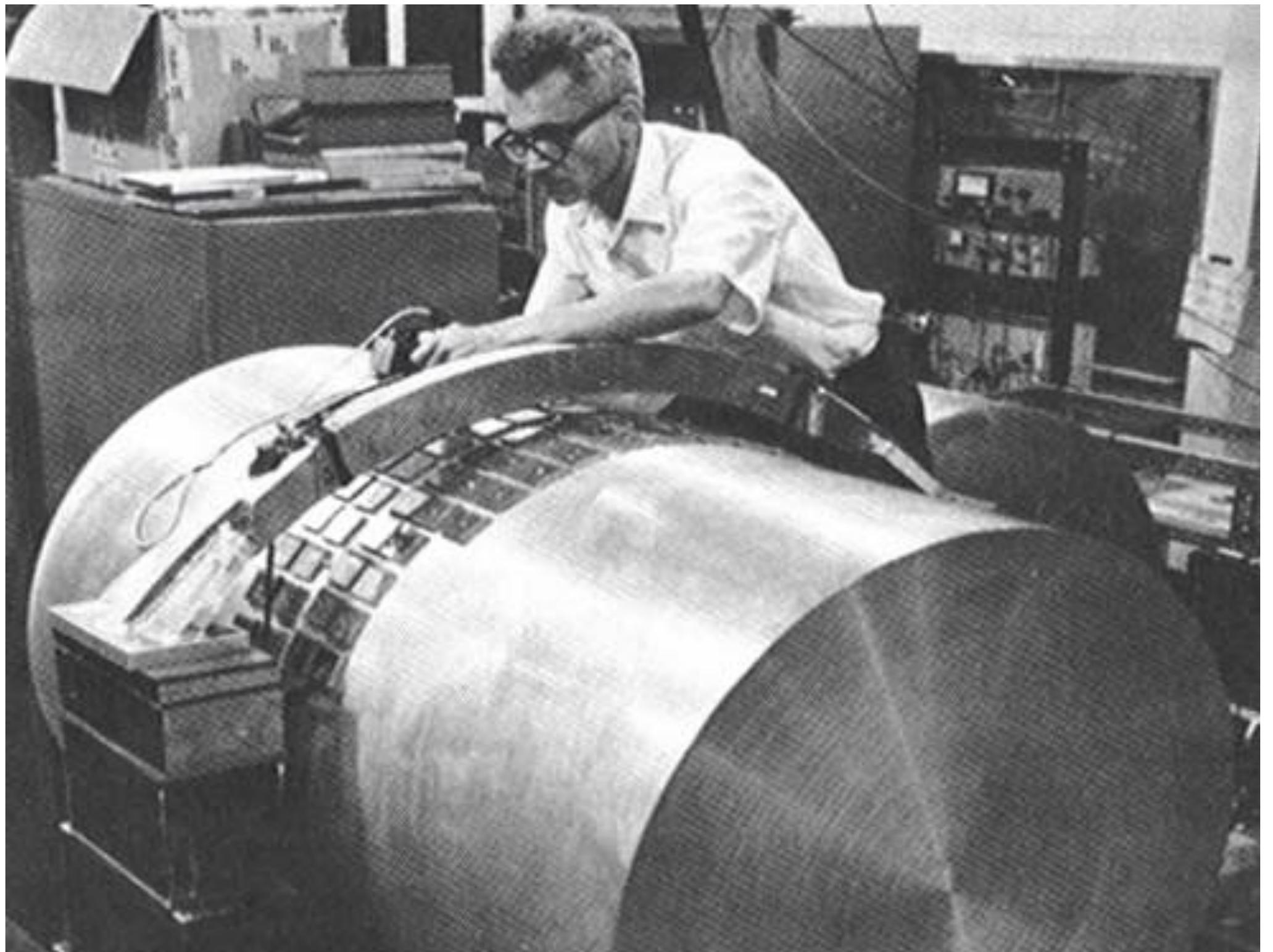
简化：对称性，弹簧中点不动（ $k_{\text{half}} = 2k$ ）

3.  $k = m \omega_{GW}^2/2$ ，共振，振幅随时间增长

费曼的杆属于情况 1。

引力波中流浪的地球属于情况 2（力乘距离既是做功）

韦伯棒属于情况3。





臣妾做不到啊

地球质量黑洞：

普通答案： $v = \sqrt{\frac{2G_N m}{r}} = c$ ， $r = 0.0088\text{m}$ 。小于  $r$  吸收。

文艺答案： $E = h\nu$ 算引力波能量。小于  $r$  吸收。

最好答案：不是小于  $r$  吸收，

而是按角动量守恒和能量守恒计算吸收率

都是正确的。这是一个开放的问题。

1916 : 爱因斯坦预言引力波存在

1922 : 爱丁顿 : 引力波不存在

1936 : 爱因斯坦、罗森 : 引力波不存在

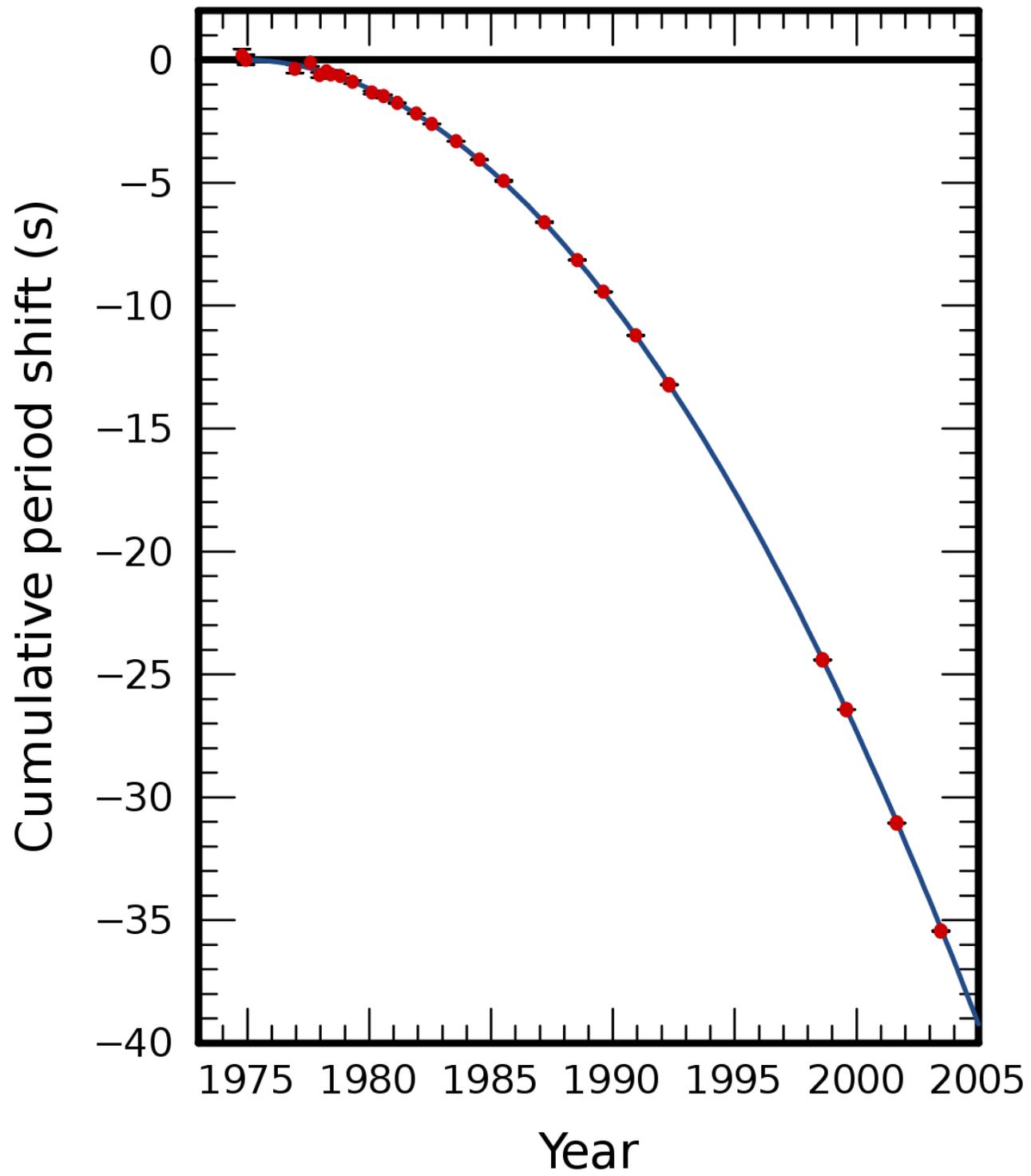
1957 : 费曼杆珠思想实验

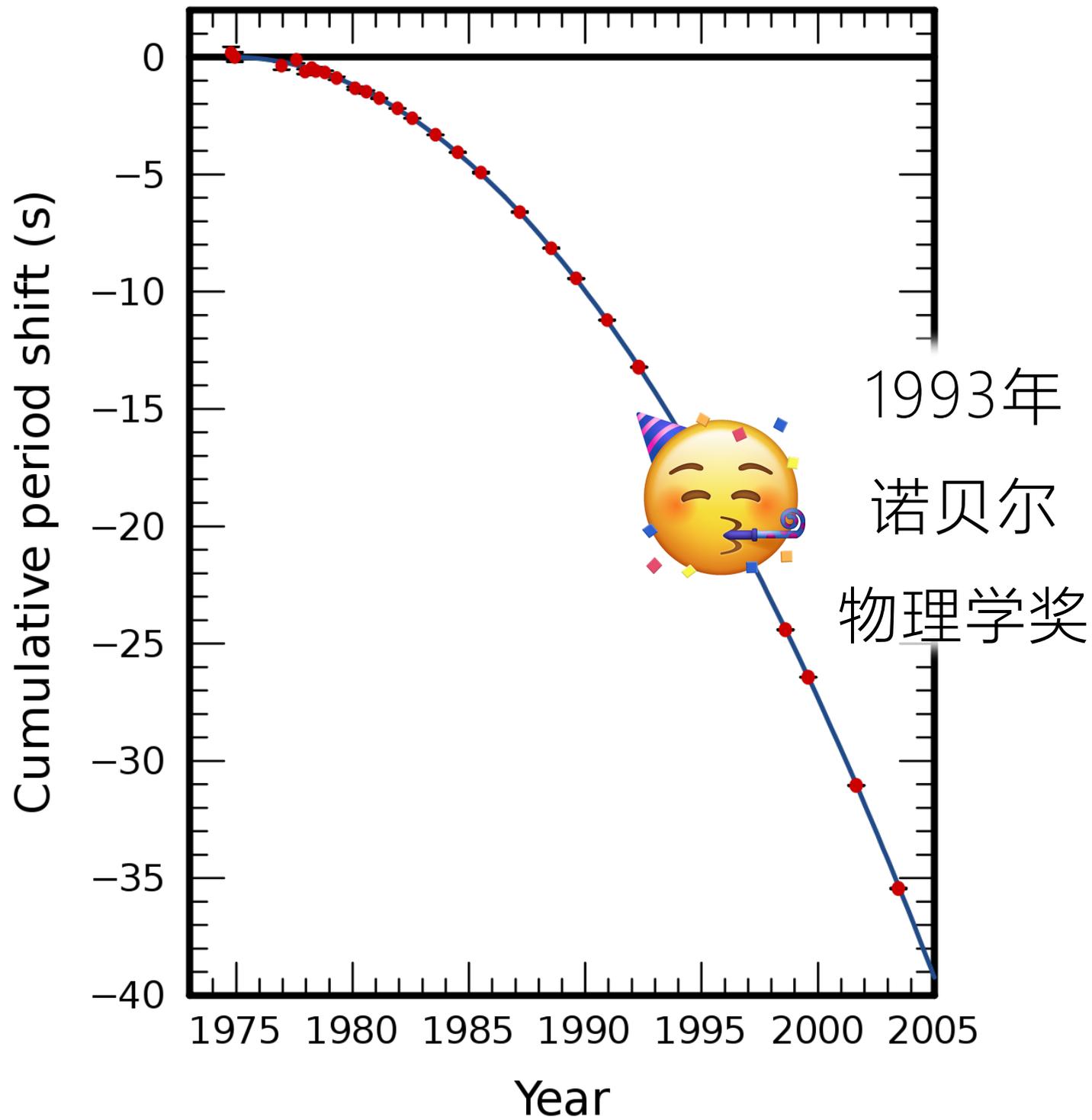
## 理论

- 1916 : 爱因斯坦预言引力波存在
- 1922 : 爱丁顿 : 引力波不存在
- 1936 : 爱因斯坦、罗森 : 引力波不存在
- 1957 : 费曼杆珠思想实验

## 实验

- 1974 : 赫尔斯-泰勒脉冲双星 ( A部分 )





## 双星系统的运动周期



$$\frac{Mv^2}{R} = \frac{G_N M^2}{4R^2} \quad \text{注意, 引力: } 2R; \text{ 向心加速度: } R$$

引力波频率：等于双星频率2倍

“其来源是空间中物质质量分布的变化”

如何从双星频率随时间变化推测引力波？

双星系统辐射引力波的功率为  $P = ?$

如何从双星频率随时间变化推测引力波？

双星系统辐射引力波的功率为  $P = ?$

必须通过广义相对论算。超纲了。

如何从双星频率随时间变化推测引力波？

双星系统辐射引力波的功率为  $P = ?$

必须通过广义相对论算。超纲了。难不住竞赛党

双星系统辐射引力波的功率为  $P = \frac{2}{5c^5} \times G_N^\alpha M^\beta R^\gamma$  ,  
其中  $c$  是光速。求  $\alpha$  ,  $\beta$  和  $\gamma$  的值。

双星系统辐射引力波的功率为  $P = \frac{2}{5c^5} \times G_N^\alpha M^\beta R^\gamma$  ,  
其中  $c$  是光速。求  $\alpha$  ,  $\beta$  和  $\gamma$  的值。

$$[P] = \text{m}^2 \text{kg} \text{s}^{-3}, [c^{-5}] = \text{m}^{-5} \text{s}^5, [G_N] = \text{m}^3 \text{kg}^{-1} \text{s}^{-2},$$

$$2 = -5 + 3\alpha + \gamma$$

$$1 = -\alpha + \beta$$

$$-3 = 5 - 2\alpha$$

$$\alpha = 4, \beta = 5, \gamma = -5$$

因为引力波辐射

在  $T_C$  时间后，两颗脉冲星碰撞。求  $T_C$ 。

因为引力波辐射（丢失能量）

在  $T_c$  时间后，两颗脉冲星碰撞。求  $T_c$ 。

因为引力波辐射（丢失能量）

在  $T_C$  时间后，两颗脉冲星碰撞。求  $T_C$ 。

$$\text{动能：} E_k = 2 \times \frac{1}{2} M v^2 = \frac{G_N M^2}{4R}$$

$$\text{势能：} E_p = -\frac{G_N M^2}{2R}$$

$$\text{总能量：} E = E_k + E_p = -\frac{G_N M^2}{4R}$$

$$\text{变化：} \frac{dE}{dt} = \frac{G_N M^2}{4R^2} \frac{dR}{dt} = -P = -\frac{2}{5c^5} G_N^4 M^5 R^{-5}$$

碰撞：积分从  $R$  积到  $r$ 。（其实要 3 亿年）

# LIGO: 2017-10-16

产生了10倍于地球质量的黄金和白金

SWIFT NEUTRON STAR  
COLLISION V. 2

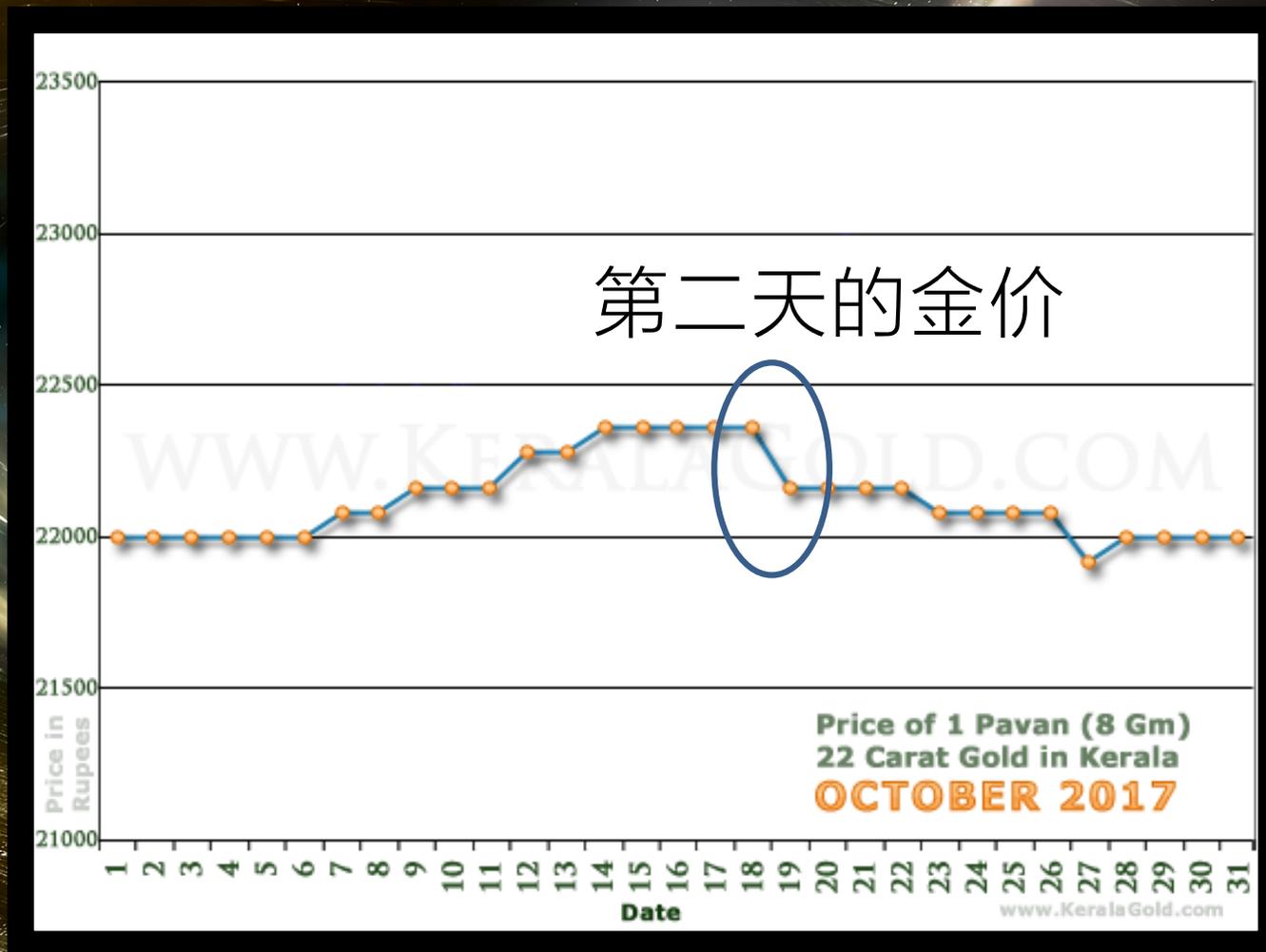


ANIMATION: DANA BERRY  
310-441-1735

PRODUCED BY ERICA DREZEK

# LIGO: 2017-10-16

产生了10倍于地球质量的黄金和白金





# LIGO: 2017-10-16

产生了10倍于地球质量的黄金和白金

怎么知道是黄金？

看光谱。

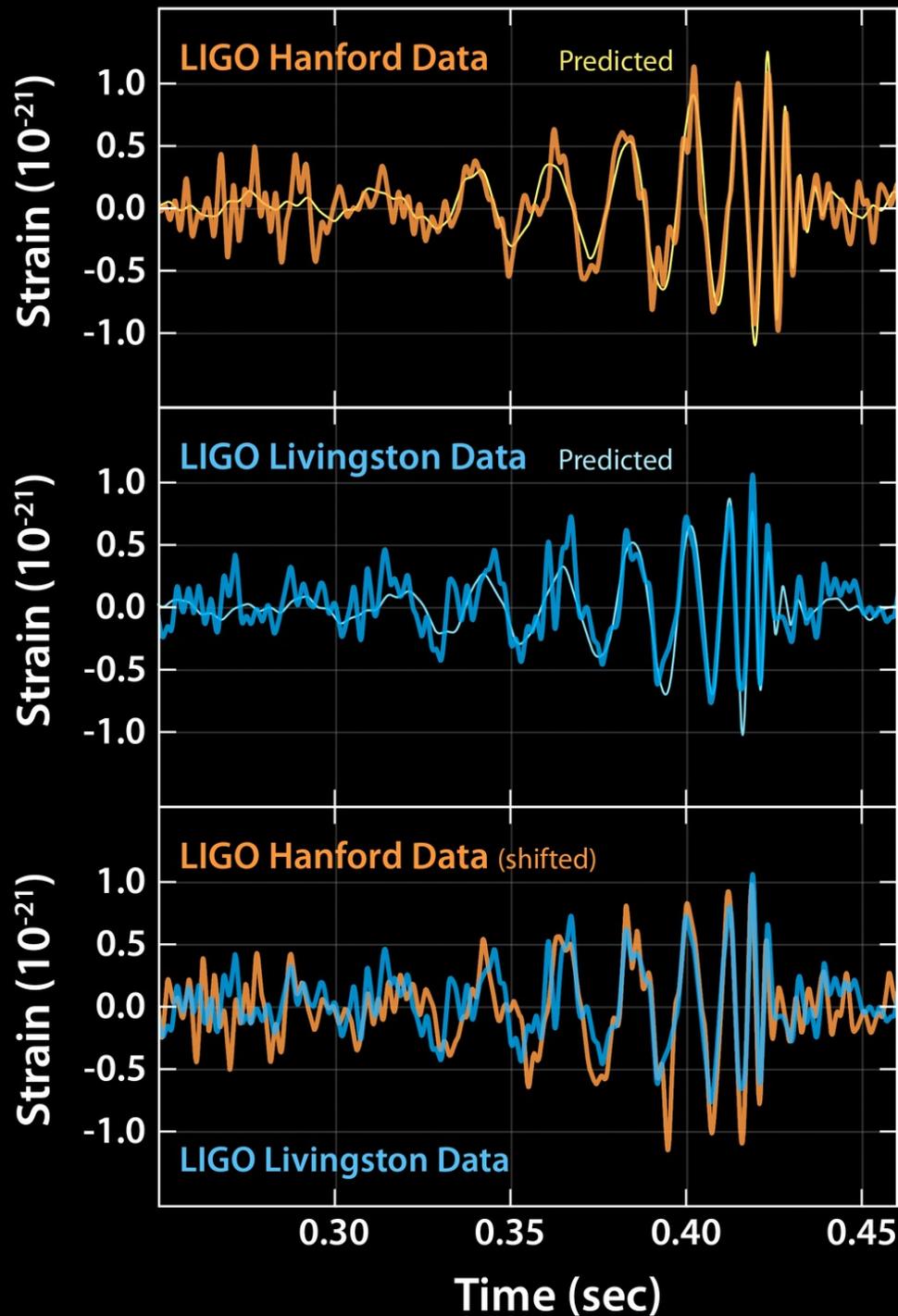
退行速度也是看光谱。

## 理论

- 1916 : 爱因斯坦预言引力波存在
- 1922 : 爱丁顿 : 引力波不存在
- 1936 : 爱因斯坦、罗森 : 引力波不存在
- 1957 : 费曼杆珠思想实验

## 实验

- 1974 : 赫尔斯-泰勒脉冲双星
- 2015 : LIGO探测到引力波信号 ( B部分 )



11 Feb 2016

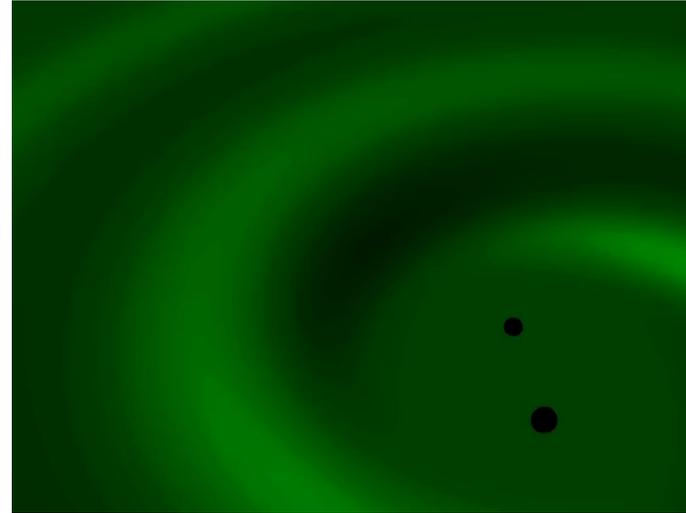
LIGO Executive Director

David Reitze:

“We have detected  
gravitational waves.

We did it.”

引力波是横波  
垂直方向振幅最大

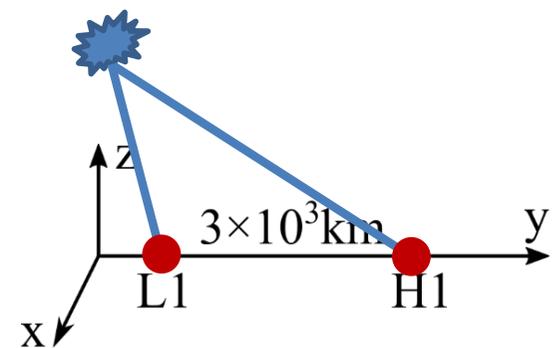


求引力波源与L1-H1连线的夹角

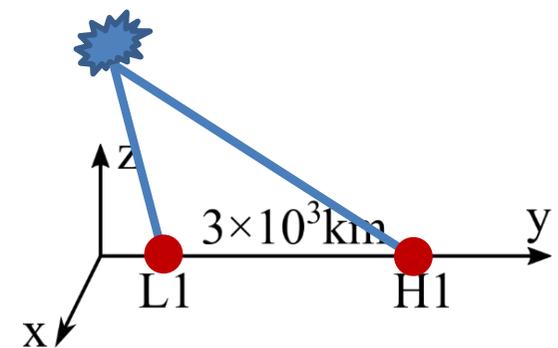
出错了把？

怎么定义点与线段的夹角？

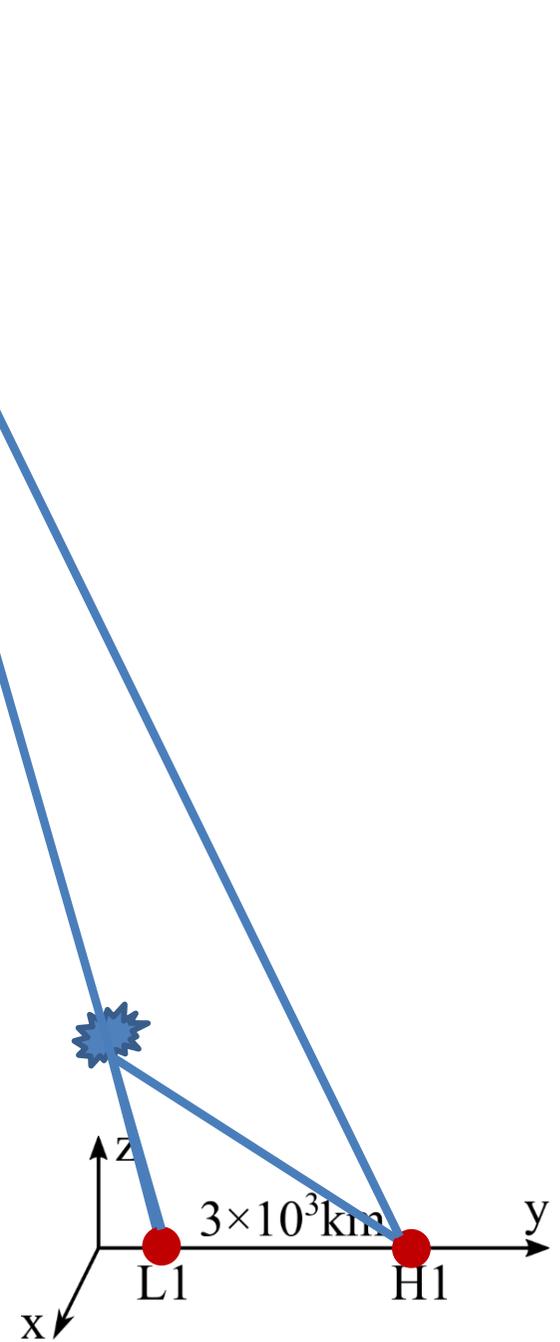
你看图中角都不一样



求引力波源与L1-H1连线的夹角  
.....在**遥远**黑洞的并合事件中.....



求引力波源与L1-H1连线的夹角  
.....在**遥远**黑洞的并合事件中.....  
“月亮走我也走”



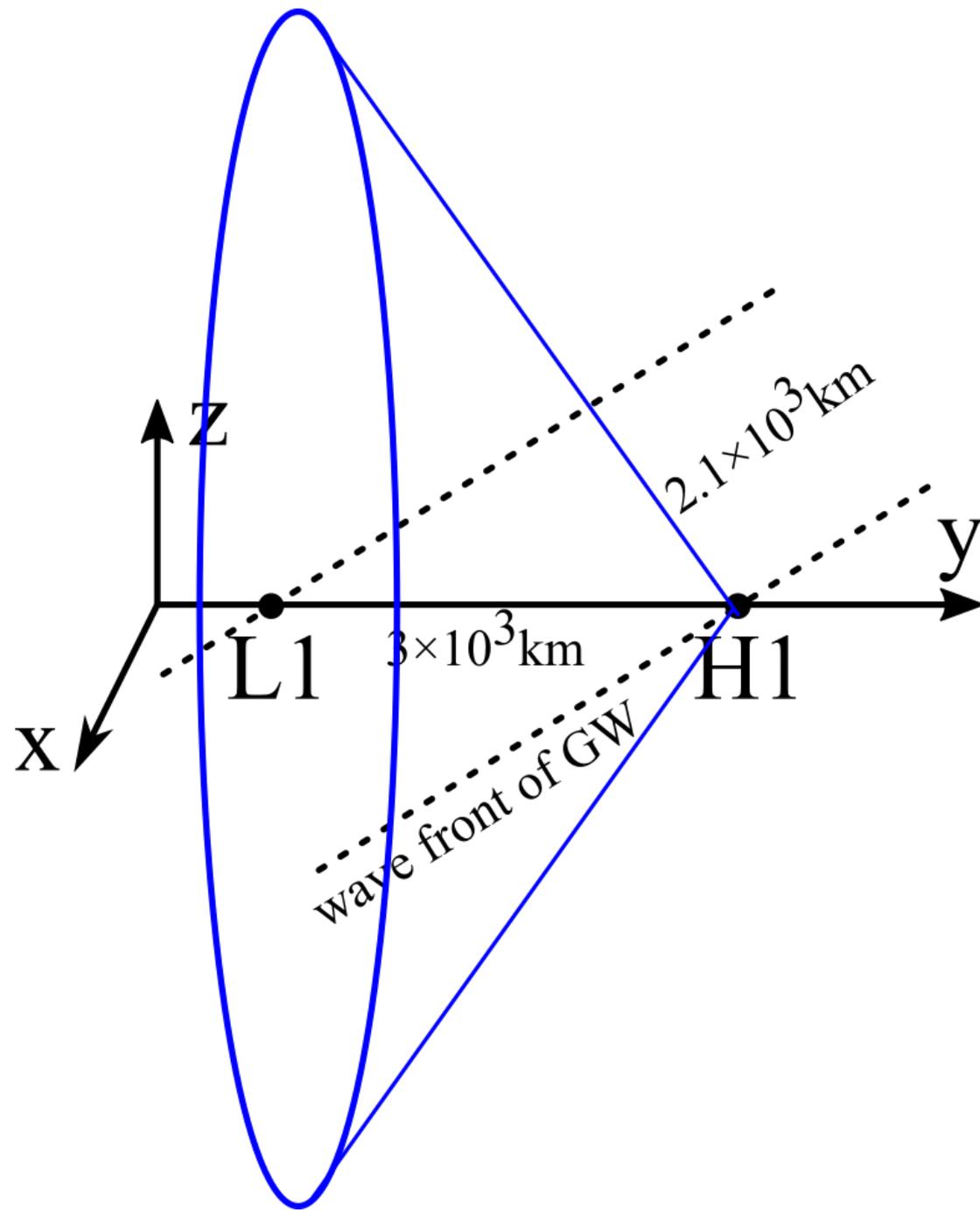
选择

求引力波源与L1-H1连线的夹角

.....在**遥远**黑洞的并合事件中.....

“月亮走我也走”

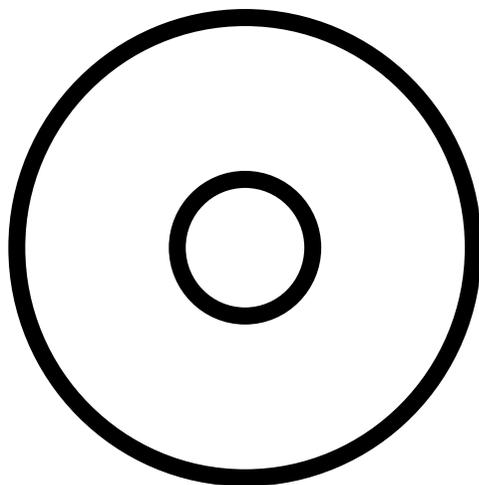




引力波密度：

正比于振幅平方（题设）

反比于距离平方（能量守恒）



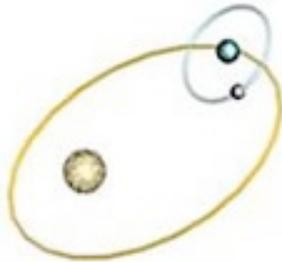
所以振幅反比于距离

## Gravitational

Graviton ?



Solar system  
Galaxies  
Black holes

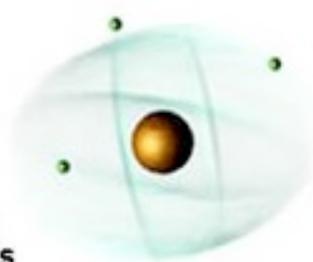


## Electromagnetic

Photon



Atoms  
Light  
Chemistry  
Electronics



## Strong

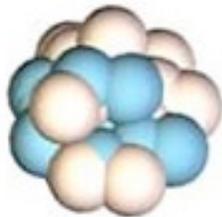
Gluons (8)



Quarks



Mesons  
Baryons



Nuclei

## Weak

Bosons  
(W,Z)



Neutron decay  
Beta radioactivity  
Neutrino interactions  
Burning of the sun



# 引力波天文学的新时代！

