

第 18 届泛珠三角物理奥林匹克暨中华名校邀请赛力学基础试题

2022 年 5 月 14 日 9:30-12:30

第 I 部分是选择题(共 32 分答案唯一) 第 II 和 III 部分是简答题(共 68 分), 全部做在答题纸上

** 若有需要 取重力加速度 $g=10\text{m/s}^2$ **

第 I 部分 选择题 Multiple Choice Questions (16×2 分)

(题 1 至 2) 质点在平面上的碰撞

1. 平面上初始动能为 E_0 、质量 m_1 的原子核 1 与另一质量为 m_2 的静止原子核 2 发生碰撞后, 以与初速度 v_0 成 90° 的方向飞出, 且飞出动能为 E_1 。此时原子核 2 的飞出动能 $E_2=$

- A. E_0-E_1 B. $E_0-\frac{1}{2}E_1$ C. $(E_0-E_1)\frac{m_2}{m_1}$ D. $(E_0-E_1)\frac{m_1}{m_2}$ E. $(E_0+E_1)\frac{m_2}{m_1}$ F. $(E_0+E_1)\frac{m_1}{m_2}$

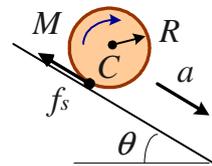
2. (接上题) 设 $E_0=18\text{MJ}$ 、 $E_1=6\text{MJ}$ 和 $m_2=3m_1$, 则在碰撞过程中由机械能转变为核能的能量 $E_n=$

- A. 0 B. 1MJ C. 2MJ D. 3MJ E. 4MJ F. 5MJ

(题 3 至 8) 圆球/柱形刚体在斜面上的滚动

如图所示, 一个质量 $M=2\text{kg}$ 和半径 $R=0.25\text{m}$ 的均匀圆球/柱形刚体在倾角 $\theta=30^\circ$ 的斜面上平稳无滑动地滚动下来。设刚体对其滚动中心轴 C 的转动惯量 $I_c=k(MR^2)$, 则有

刚体	(i)球体	(ii)圆柱体	(iii)球壳	(iv)圆柱壳
$k=\frac{I_c}{MR^2}=$	$\frac{2}{5}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{3}$	1



(说明: 壳体的壁厚 $t \ll R$.)

3. 刚体滚动时, 中心轴 C 的加速度 $a=$

- A. $\frac{g \sin \theta}{3-2k}$ B. $\frac{g \tan \theta}{3-2k}$ C. $\frac{g \tan \theta}{1+k}$ D. $\frac{g \sin \theta}{1+k}$ E. $\frac{g \sin \theta}{k}$ F. $\frac{g \tan \theta}{k}$

(接上题) 当刚体为 4.(i)球体 5.(ii)圆柱体 6.(iii)球壳 时, 刚体中心轴 C 滚动的加速度 $a=$ (单位 m/s^2)

- A. 3.57 B. 3.33 C. 3.00 D. 2.50 E. 2.25 F. 2.15

(接上题) 当刚体为 7.(ii)圆柱体 8.(iv)圆柱壳 时, 其受到斜面的静摩擦力 $f_s=$ (单位 N)

- A. 2.86 B. 3.33 C. 4.00 D. 5.00 E. 6.5 F. 8.5

(题9至16) 组合形体在液体中于竖直方向受微小扰动后的角频率 ω

如图所示, 组合体由底半径和高均为 R 的圆锥体和半径为 R 的半球体组合而成, 则其

9. 体积 $V_0=k_1(\pi R^3)$, 其中 $k_1=$

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{2}{3}$ C. 1 D. $\frac{4}{3}$ E. $\frac{3}{2}$ F. $\frac{5}{3}$

10. 形心 C 的位置 $d_{OC}=k_2R$, 其中 $k_2=$

- A. $\frac{1}{6}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{2}{3}$ E. $\frac{3}{4}$ F. $\frac{5}{6}$

上述组合体的密度为 P 并且静止地浸在密度为 ρ 的液体中, 设组合体与液体的

密度之比 $k_3=\frac{P}{\rho}$ 。组合体受到微小干扰后的振荡频率为 ω 并且 $\omega^2=k_4\frac{g}{R}$ 。

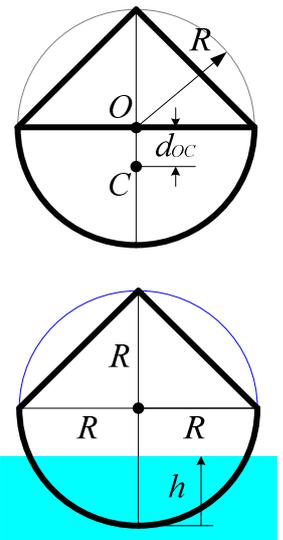
设组合体浸在液体内的深度为 h , 则当 (题 11 至 16 的选项同在题 16 之后)

$h=\frac{2}{3}R$ 时 11. (接题 9) $k_3=$ 12. (接题 11) $k_4=$

$h=R$ 时 13. (接题 9) $k_3=$ 14. (接题 13) $k_4=$

$h=\frac{4}{3}R$ 时 15. (接题 9) $k_3=$ 16. (接题 15) $k_4=$

- A. $\frac{28}{81}$ B. $\frac{36}{73}$ C. $\frac{2}{3}$ D. $\frac{73}{81}$ E. $\frac{3}{2}$ F. $\frac{18}{7}$



第 II 部分 笨猪跳/蹦极跳 Bungee-Jumping (28 分)

某质量为 M 且可视为质点的高空跳跃运动员, 系在一根质量可忽略不计的长度为 L 和弹性常数为 K 的细长绳索一端, 其另一端固定在高空。

跳跃者初始静止, 然后自高空固定点向下坠落, 而且在下落过程中其所受空气阻力忽略不计。

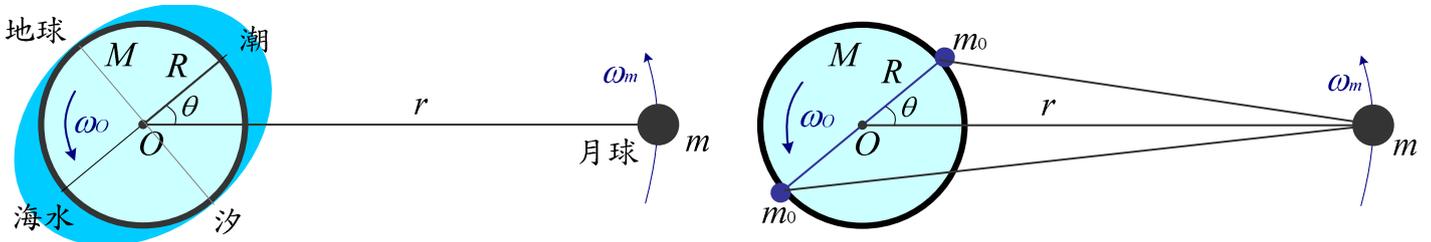
- (1) (1分) 跳跃者在下落过程中涉及哪些运动
 (i)自由落体运动; (ii)抛体运动; (iii)圆周运动; (iv)简谐振动?
 A. (i)和(ii) B. (i)和(iii) C. (i)和(iv) D. (ii)和(iii)
 E. (ii)和(iv) F. (iii)和(iv) G. (i),(ii)和(iv) H. (i),(iii)和(iv)



- (2) (6分) 绳索和跳跃者组成一个弹簧振子系统，并且已知 $M=75\text{kg}$ 、 $L=45\text{m}$ 和 $K=150\text{N/m}$ 。试
 (a) 计算系统简谐振动的固有频率 ω 和固有周期 T ;
 (给出精确解, 可含 π 根号, ... 等)
 (b) 写出绳索弹性力 F 和弹性势能 E_p 的表达式, 设绳索伸长为 x 。
 (3) (3×7分) 试导出和/或计算跳跃者在第一次达到瞬时静止前
 (a) 落下距离 X 的表达式及其数值;
 (b) 落下过程中所达到最大速率 V 的表达式及其数值;
 (c) 所经历时间 t 的数值。

第 III 部分 地球和月亮系统 The Earth-Moon System (40 分)

- (1) (3分) 设行星质量为 M , 质量为 m 的卫星在半径为 r 的圆形轨道上绕行星运行, 圆周运动的角频率为 ω 和周期为 T , 试分别写出描述以下两对物理量关系的精准表达式: (a) ω 和 T ; (b) r 和 ω 。



- (2) (3分) 潮汐是天体之间万有引力在其各个部位的差异而引起天体形变的一种现象。它对天体的影响, 包括月亮与地球的距离增大、地球自转变慢、……等等。为研究潮汐现象, 我们做出如下假设:
 (i) 地月系统视月球为质点并且其围绕地球的旋转(即公转)是一个圆形轨道, 地球自转轴垂直于月球的公转平面; 不考虑太阳的影响。(ii) 系统所有转动惯量、力矩和动量矩的计算都关于地球中心的自转轴而不是系统的质量中心。(iii) 系统的角动量 L 仅是地球绕自身轴转动角动量 L_0 和月球关于地球轴公转角动量 L_m 的总和, 即 $L=L_0+L_m$ 。(iv) 月球引力引起地球潮汐; 假设涨潮线与地月系统的夹角为 θ , $\theta \neq 0$ 时对月球产生的力矩, 把角动量由地球的自转, 转移至月球的公转。

设万有引力常量 $G=6.7 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$ 、地球半径 $R=6.4 \times 10^6 \text{ m}$ 和自转周期 $T_0=24 \times 60^2 \text{ s}$; 月球公转的轨道半径(即地月距离) $r=3.8 \times 10^8 \text{ m}$; 并且已知如下:

天体	运动类型	质量/ kg	角频率/ rad s^{-1}	转动惯量/ kg m^2	角动量/ $\text{kg m}^2 \text{ s}^{-1}$
行星: 地球	自转	$M=6.0 \times 10^{24}$	$\omega_0=2\pi/T_0=7.2722 \times 10^{-5}$	$I_0=8.0 \times 10^{37}$	$L_0=I_0 \omega_0$
卫星: 月球	公转	$m=7.3 \times 10^{22}$	$\omega_m=2.7 \times 10^{-6}$	$I_m=mr^2$	$L_m=I_m \omega_m=(mr^2) \omega_m$

试计算下列角动量: (a) 地球自转 L_0 , (b) 月球公转 L_m ; (c) 地月系统 L 。

- (3) (12分) 引入潮涨线两端的点质量 m_0 来近似地描述潮汐现象, 点质量引起潮汐力矩。试分别导出
 (a) 月球对于近端和远程的点质量 m_0 产生的万有引力 F_c 和 F_f ;
 (b) 万有引力 F_c 和 F_f 到地球中心 O 的距离 d_c 和 d_f 。(以上均以常量 G, R 和参量 m, m_0, r, θ 表示)
 (c) 近端和远程的点质量 m_0 在月球上产生的合力矩 $\Delta\tau$; [若有需要, 可使用近似公式 $(1 \pm x)^k = 1 \pm kx$ 如果 $x \ll 1$]
 (d) 设点质量 $m_0=3.6 \times 10^{16} \text{ kg}$ 和 $\theta=3^\circ$, 计算潮汐力矩 $\Delta\tau$ 。(精确到小数点后二位有效数字)

- (4) (10分) 地球把潮汐力矩转移到月球, 地月距离 r 会随时间而缓慢增加 Δr 。试

- (a) 由力矩的定义公式 $\tau = \frac{dL}{dt} = I \frac{d\omega}{dt}$, 导出地月距离 r 的年度增加量 Δr 公式; (以常量 G, M 和参量 m, r, τ 表示)
 (b) 取年度为一年即 $\Delta t=365$ 天, 计算增加量 Δr 。

- (5) (12分) 与角动量守恒相反, 地月系统 能量 E = 地球自转动能 E_{kO} + 月球公转动能 E_{km} + 万有引力势能 E_p , 不守恒。试导出 (a) 地月系统以参量 $G, M, m, r, I_0, \omega_0$ 表示的能量 E 公式;

- (b) 以 $\Delta\omega_0$ 和 Δr 表示的能量变化量 ΔE 公式; 并且使用题(4)的计算结果, 计算能量变化量 ΔE 的数值。

2022 年第 18 届泛珠赛力学基础试 答题纸 (5 月 14 日)

第 I 部分 选择题 Multiple Choice Questions (16×2 分)

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16

第 II 部分 笨猪跳/蹦极跳 Bungee-Jumping (28 分)

简答: (是否需要写出简要过程? 自行决定.)

得分:

1+4+2+3×7

答案: (必须填写)

(1)	跳跃者在下落过程中, 涉及哪些运动? _____ . (A/B/C/D/E/F/G/H)	
(2)	(a) 系统简谐振动的 固有频率 $\omega =$ _____ /s 和周期 $T =$ _____ s. (给出精确解, 可含 π , 根号, ... 等) (b) 绳索的 弹性力 $F =$ _____ 和弹性势能 $E_p =$ _____. (写出含常量 K 和参量 x 的表达式)	
(3)	跳跃者在第一次达到瞬时静止前落下的距离 $X =$ (a) $L + \frac{Mg}{K} + \sqrt{\hspace{10em}}$ (写出含 L, M, g, K 的表达式) 和落下距离的数值 _____ m (精确到小数点后二位有效数字)	
(b)	跳跃者落下过程中所达到的最大速率 $V =$ $\sqrt{\hspace{10em}}$ (写出含 L, M, g, K 的表达式) 和最大速率的数值 _____ m/s. (精确到小数点后二位有效数字)	
(c)	跳跃者落下过程中所经历的时间 = 自由落体运动时间 + 简谐振动时间 = _____ s + _____ s = _____ s. (精确到小数点后二位有效数字)	

第 III 部分 地球和月亮系统 The Earth-Moon System (40 分)

简答: (是否需要写出简要过程? 自行决定.)

得分:

3+3+12+10+12

答案: (必须填写)

(1)	描述物理量(a) ω 和 T ; (b) r 和 ω 关系的精确表达式: $(a) 2\pi = \underline{\hspace{2cm}}; (b) GM = \underline{\hspace{2cm}}.$	
(2)	角动量 (精确到小数点后二位有效数字) $(a)L_O = \underline{\hspace{2cm}} \times 10^{34} \text{ kg m}^2/\text{s}, (b)L_m = \underline{\hspace{2cm}} \times 10^{34} \text{ kg m}^2/\text{s}; (c)L = \underline{\hspace{2cm}} \times 10^{34} \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}.$	
(3)	(a) 月球对于近端和远程的点质量 m_0 产生的万有引力 (以 G, m, m_0, r, R, θ 表示) $F_c = \underline{\hspace{2cm}}$ 和 $F_f = \underline{\hspace{2cm}}.$ (b) 万有引力 F_c 和 F_f 到地球中心 O 的距离 (以 G, m, m_0, r, R, θ 表示) $d_c = \underline{\hspace{2cm}}$ 和 $d_f = \underline{\hspace{2cm}}.$ (c) 月球对于近端和远程的点质量 m_0 产生的潮汐力矩 (d) (精确到小数点后二位有效数字) $\Delta \tau = \underline{\hspace{2cm}}. (以 G, m, m_0, r, R, \theta 表示) \quad \Delta \tau = \underline{\hspace{2cm}} \times 10^{16} \text{ N} \cdot \text{m}.$	
(4)	(a) 地月距离 r 的年度增加量 $\Delta r = \left(\underline{\hspace{2cm}} \right) \Delta t$ (以 G, M, m, r, τ 表示) (b) 数值 $\Delta r = \underline{\hspace{2cm}} \times 10^{-2} \text{ m}.$ (精确到小数点后二位有效数字)	
(5)	(a) 地月系统的能量 $E = \frac{1}{2} \left(\underline{\hspace{2cm}} \right) + \frac{1}{2} \left(\underline{\hspace{2cm}} \right) - \left(\underline{\hspace{2cm}} \right).$ (b) 能量变化量 $\Delta E = \left(\underline{\hspace{2cm}} \right) \Delta \omega_0 + \left(\underline{\hspace{2cm}} \right) \Delta r$ (以 $G, M, m, r, I_O, \omega_0$ 表示) 和数值 $\Delta E = \underline{\hspace{2cm}} \times 10^{19} \text{ J}.$ (精确到小数点后二位有效数字)	